

DESARROLLO DEL MODELO PUNTAL TENSOR PARA VIGAS Y CABEZALES,  
MEDIANTE LA COMPARACIÓN TEÓRICA Y COMPUTACIONAL

LEONEL BEJARANO LEGUIZAMÓN

FAUSTO ALEJANDRO PINZÓN NIÑO



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE COLOMBIA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA CIVIL  
BOGOTÁ D.C.  
2020

DESARROLLO DEL MODELO PUNTAL TENSOR PARA VIGAS Y CABEZALES,  
MEDIANTE LA COMPARACIÓN TEÓRICA Y COMPUTACIONAL

LEONEL BEJARANO LEGUIZAMÓN  
CÓDIGO: 506666

FAUSTO ALEJANDRO PINZÓN NIÑO  
CÓDIGO: 506535

TRABAJO DE GRADO

INGENIEROS ASESORES

Marisol Nemocón Ruiz Ingeniera Civil. Esp. Estructuras  
Oscar Eduardo Pinzón Vargas Ingeniero civil. M. Sc. Estructuras



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE COLOMBIA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA CIVIL  
BOGOTÁ D.C.  
2020



La presente obra está bajo una licencia:  
**Atribución 2.5 Colombia (CC BY 2.5)**  
Para leer el texto completo de la licencia, visita:  
<http://creativecommons.org/licenses/by/2.5/co/>

#### Usted es libre de:

- Compartir - copiar, distribuir, ejecutar y comunicar públicamente la obra
- hacer obras derivadas
- hacer un uso comercial de esta obra



#### Bajo las condiciones siguientes:



**Atribución** — Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciante (pero no de una manera que sugiera que tiene su apoyo o que apoyan el uso que hace de su obra).

Nota de Aceptación

---

---

---

---

Presidente del Jurado

---

Jurado

---

Jurado

Bogotá (30, noviembre, 2020)



A María Consuelo Leguizamón  
por su apoyo incondicional,  
Marina Bejarano con sus  
consejos y Camila Guerrero  
compañera de vida. *L.*

No soy un gran poeta o literato,  
para que mis palabras sean más  
sensibles, pero con el más  
grande sentimiento, impregno de  
agradecimiento, gratitud y orgullo  
estas palabras, a todos los que  
me debo, lo que soy, infinitas  
gracias. *F.*

## CONTENIDO

1. AGRADECIMIENTOS .....	16
2. RESUMEN .....	16
3. PRÓLOGO .....	16
3.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	16
3.2 OBJETIVOS .....	18
3.2.1 GENERALES .....	18
3.2.2 ESPECÍFICOS .....	18
3.3 ALCANCE .....	19
3.4 LIMITACIONES .....	19
4. ESTADO DEL ARTE .....	20
4.1 ANTECEDENTES HISTÓRICOS .....	20
4.2 HIPÓTESIS DE BERNOULLI .....	22
4.3 REGIONES “D” .....	24
4.4 EL MODELO PUNTAL TENSOR .....	25
4.5 LA FALTA DE UNICIDAD .....	26
4.6 PROGRAMA SAP2000 .....	27
5. PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS .....	28
5.1 METODOLOGÍA .....	28
5.2 VIGA ALTA .....	29
5.2.1 MODELO PUNTAL TENSOR .....	29
5.2.2 MODELO COMPUTACIONAL SIMPLIFICADO .....	39
5.2.3 MODELO COMPUTACIONAL DETALLADO .....	56
5.3 DADO DE PILOTES .....	73
5.3.1 MODELO PUNTAL TENSOR .....	73
5.3.2 MODELO COMPUTACIONAL SIMPLIFICADO .....	87
5.3.3 MODELO COMPUTACIONAL DETALLADO .....	116
6. COMPARACIÓN DE RESULTADOS .....	146
6.1 VIGA ALTA .....	146
6.1.1 EFECTOS VISUALES .....	146
6.1.2 EFECTOS CUANTITATIVOS .....	151
6.2 DADO DE PILOTES .....	154

6.2.1	EFFECTOS VISUALES.....	154
6.2.2	EFFECTOS CUANTITATIVOS.....	158
7.	EPÍLOGO.....	160
7.1	CONCLUSIONES .....	160
7.2	RECOMENDACIONES.....	162
7.3	LIMITACIONES POSTERIORES.....	162
7.4	TRABAJOS FUTUROS.....	163
8.	REFERENCIAS.....	164
8.1	BIBLIOGRAFÍA.....	164

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1 COEFICIENTE DE REDUCCIÓN PARA ZONAS NODALES.....	30
Tabla 2 COEFICIENTE DE REDUCCIÓN PARA PUNTALES A COMPRESIÓN .....	30
Tabla 3 DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO .....	38
Tabla 4 VIGA ALTA-CUANTIFICACIÓN DE LA TENSIÓN Y COMPRESIÓN- MODELO SIMPLIFICADO.....	47
Tabla 5 VIGA ALTA-CUANTIFICACIÓN DE LA CUANTÍA-MODELO SIMPLIFICADO.....	53
Tabla 6 (CONTINUACIÓN)VIGA ALTA-CUANTIFICACIÓN DE LA CUANTÍA- MODELO SIMPLIFICADO.....	54
Tabla 7 DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO .....	55
Tabla 8 VIGA ALTA-CUANTIFICACIÓN DE LA TENSIÓN Y COMPRESIÓN- MODELO DETALLADO .....	64
Tabla 9 VIGA ALTA-CUANTIFICACIÓN DE LA CUANTÍA-MODELO DETALLADO .....	70
Tabla 10 DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO .....	72
Tabla 11 COEFICIENTE DE REDUCCIÓN PARA ZONAS NODALES .....	75
Tabla 12 COEFICIENTE DE REDUCCIÓN PARA PUNTALES A COMPRESIÓN .....	75
Tabla 13 DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO .....	86
Tabla 14 DADO DE PILOTES-CONSOLIDADO DE ESFUERZOS POR CADA ALTURA-MODELO SIMPLIFICADO .....	110
Tabla 15 DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO .....	115
Tabla 16 DADO DE PILOTES-CONSOLIDADO DE ESFUERZOS POR CADA ALTURA-MODELO DETALLADO .....	139
Tabla 17 DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO .....	145
Tabla 18 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES-FUERZA F11 .....	147
Tabla 19 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES -FUERZA F22 .....	148
Tabla 20 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES -FLUJO DE ESFUERZOS .....	149
Tabla 21 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES -ARMADURA HORIZONTAL...	150
Tabla 22 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES -ARMADURA VERTICAL.....	151
Tabla 23 VIGA ALTA-RESULTADOS CUANTITATIVOS-RATIOS.....	152
Tabla 24 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES -ESFUERZO S11 .....	154
Tabla 25 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES -ESFUERZO S22 .....	155
Tabla 26 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES -ESFUERZO S33 .....	156
Tabla 27 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES -FLUJO DE ESFUERZOS .....	157
Tabla 28 DADO DE PILOTES-RESULTADOS CUANTITATIVOS-RATIOS .....	159

## LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica 1 VIGA ALTA-ALTURA DE CORTE-MODELO SIMPLIFICADO.....	48
Gráfica 2 VIGA ALTA-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-MODELO SIMPLIFICADO .....	49
Gráfica 3 VIGA ALTA-CUANTÍA-MODELO SIMPLIFICADO .....	54
Gráfica 4 VIGA ALTA-ALTURA DE CORTE-MODELO DETALLADO .....	65
Gráfica 5 VIGA ALTA-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-MODELO DETALLADO....	66
Gráfica 6 VIGA ALTA-CUANTÍA-MODELO DETALLADO .....	71
Gráfica 7 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.0m-SIMPLIFICADO.....	98
Gráfica 8 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.1m-SIMPLIFICADO.....	98
Gráfica 9 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.2m-SIMPLIFICADO.....	98
Gráfica 10 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.3m-SIMPLIFICADO.....	99
Gráfica 11 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.4m-SIMPLIFICADO.....	99
Gráfica 12 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.5m-SIMPLIFICADO.....	99
Gráfica 13 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.6m-SIMPLIFICADO.....	100
Gráfica 14 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.7m-SIMPLIFICADO.....	100
Gráfica 15 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.8m-SIMPLIFICADO.....	100
Gráfica 16 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.9m-SIMPLIFICADO.....	101
Gráfica 17 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.0m-SIMPLIFICADO.....	101
Gráfica 18 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.1m-SIMPLIFICADO.....	101
Gráfica 19 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.2m-SIMPLIFICADO.....	102
Gráfica 20 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.3m-SIMPLIFICADO.....	102
Gráfica 21 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.4m-SIMPLIFICADO.....	102
Gráfica 22 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.5m-SIMPLIFICADO.....	103
Gráfica 23 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.6m-SIMPLIFICADO.....	103
Gráfica 24 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.7m-SIMPLIFICADO.....	103

Gráfica 25	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.8m-SIMPLIFICADO.....	104
Gráfica 26	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.9m-SIMPLIFICADO.....	104
Gráfica 27	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=3.0m-SIMPLIFICADO.....	104
Gráfica 28	DADO DE PILOTES-ALTURA DE CORTE-MODELO SIMPLIFICADO .	109
Gráfica 29	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN DE ESFUERZOS NETOS-MODELO SIMPLIFICADO .....	109
Gráfica 30	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.0m-DETALLADO.....	127
Gráfica 31	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.1m-DETALLADO.....	128
Gráfica 32	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.2m-DETALLADO.....	128
Gráfica 33	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.3m-DETALLADO.....	128
Gráfica 34	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.4m-DETALLADO.....	129
Gráfica 35	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.5m-DETALLADO.....	129
Gráfica 36	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.6m-DETALLADO.....	129
Gráfica 37	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.7m-DETALLADO.....	130
Gráfica 38	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.8m-DETALLADO.....	130
Gráfica 39	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.9m-DETALLADO.....	130
Gráfica 40	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.0m-DETALLADO.....	131
Gráfica 41	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.1m-DETALLADO.....	131
Gráfica 42	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.2m-DETALLADO.....	131
Gráfica 43	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.3m-DETALLADO.....	132
Gráfica 44	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.4m-DETALLADO.....	132
Gráfica 45	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.5m-DETALLADO.....	132
Gráfica 46	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.6m-DETALLADO.....	133
Gráfica 47	DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.7m-DETALLADO.....	133

Gráfica 48 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.8m- DETALLADO.....	133
Gráfica 49 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.9m- DETALLADO.....	134
Gráfica 50 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=3.0m- DETALLADO.....	134
Gráfica 51 DADO DE PILOTES-ALTURA DE CORTE-MODELO DETALLADO .....	138
Gráfica 52 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN DE ESFUERZOS NETOS-MODELO DETALLADO .....	139

## LISTA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 MODELO VIGAS LARGAS .....	17
Ilustración 2 MODELO VIGAS CORTAS.....	18
Ilustración 3 MODELO COMPARATIVO .....	20
Ilustración 4 EQUILIBRIO TENSIONAL .....	21
Ilustración 5 EQUILIBRIO ESFUERZOS DE CORTE, TRACCIÓN Y COMPRESIÓN .	21
Ilustración 6 GRAFICA DE COMPARACIÓN DE DEFORMACIONES EN VIGAS .....	22
Ilustración 7 MODELO PUNTAL TENSOR PARA UNA VIGA DE GRAN ALTURA ..	23
Ilustración 8 TRAYECTORIA DE ESFUERZOS EN UNA REGIÓN B Y .....	24
Ilustración 9 REGIONES D. DISCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS Y DE CARGA .	25
Ilustración 10 ISOSTÁTICA Y DIFERENTES MODELOS PUNTAL-TENSOR. ....	27
Ilustración 11 MODELOS PUNTAL TENSOR PARA VIGA CON EXTREMO REBAJADO.....	27
Ilustración 12 INTERFAZ SAP2000 .....	28
Ilustración 13 VIGA ALTA-DIMENSIONES.....	29
Ilustración 14 VIGA ALTA-ALZADO-MODELO RETICULADO BASE .....	31
Ilustración 15 VIGA ALTA-SECCIÓN 1-MPT .....	32
Ilustración 16 VIGA ALTA-SECCIÓN 2-MPT .....	33
Ilustración 17 VIGA ALTA-SOLUCIÓN DEL RETICULADO-MPT.....	33
Ilustración 18 VIGA ALTA-PUNTAL EN FORMA DE BOTELLA.....	34
Ilustración 19 VIGA ALTA-ESQUEMA DEL NODO .....	35
Ilustración 20 VIGA ALTA-DIMENSIONES DEL NODO TIPO A-MPT .....	36
Ilustración 21 VIGA ALTA-DIMENSIONES DEL NODO TIPO B-MPT .....	37
Ilustración 22 VIGA ALTA-DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SHELL.....	40
Ilustración 23 VIGA ALTA-VIGA PARAMETRIZADA-MODELO SIMPLIFICADO ...	41
Ilustración 24 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES F11-MODELO SIMPLIFICADO .....	42
Ilustración 25 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES F22-MODELO SIMPLIFICADO .....	43
Ilustración 26 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES F MAX-MODELO SIMPLIFICADO.....	44
Ilustración 27 VIGA ALTA-ARMADURA HORIZONTAL-MODELO SIMPLIFICADO .....	45
Ilustración 28 VIGA ALTA-ARMADURA VERTICAL-MODELO SIMPLIFICADO ....	46
Ilustración 29 VIGA ALTA-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-MODELO SIMPLIFICADO.....	50
Ilustración 30 VIGA ALTA-ANÁLISIS DEL NODO BAJO COLUMNA-MODELO SIMPLIFICADO.....	51
Ilustración 31 VIGA ALTA-DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SHELL.....	57
Ilustración 32 VIGA ALTA-VIGA PARAMETRIZADA-MODELO DETALLADO.....	58
Ilustración 33 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES F11-MODELO DETALLADO .....	59
Ilustración 34 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES F22-MODELO DETALLADO .....	60



Ilustración 35 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES FMAX-MODELO DETALLADO.....	61
Ilustración 36 VIGA ALTA-ARMADURA HORIZONTAL-MODELO DETALLADO..	62
Ilustración 37 VIGA ALTA-ARMADURA VERTICAL-MODELO DETALLADO.....	63
Ilustración 38 VIGA ALTA-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-MODELO DETALLADO.....	67
Ilustración 39 VIGA ALTA-ANÁLISIS DEL NODO BAJO COLUMNA-MODELO DETALLADO.....	68
Ilustración 40 DADO DE PILOTES-PLANTA-DIMENSIONES .....	73
Ilustración 41 DADO DE PILOTES-ALZADO LONGITUDINAL-DIMENSIONES .....	73
Ilustración 42 DADO DE PILOTES-ALZADO TRANSVERSAL-DIMENSIONES.....	74
Ilustración 43 DADO DE PILOTES-PLANTA DEL RETICULADO-MPT .....	76
Ilustración 44 DADO DE PILOTES-ALZADO LONGITUDINAL DEL RETICULADO-MPT.....	77
Ilustración 45 DADO DE PILOTES-ALZADO TRANSVERSAL DEL RETICULADO-MPT.....	77
Ilustración 46 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO NA EN ALZADO-MPT...	78
Ilustración 47 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO NA EN PLANTA-MPT ...	79
Ilustración 48 DADO DE PILOTES-SECCIÓN EN PLANTA-MPT.....	79
Ilustración 49 DADO DE PILOTES-SOLUCIÓN DEL RETICULADO-MPT .....	80
Ilustración 50 DADO DE PILOTES-PUNTAL EN FORMA DE BOTELLA-MPT .....	80
Ilustración 51 DADO DE PILOTES-PROYECCIÓN DE TENSORES-MPT.....	81
Ilustración 52 DADO DE PILOTES-PROYECCIÓN POR CAPACIDAD DE CARGA-MPT.....	82
Ilustración 53 DADO DE PILOTES-ESQUEMA DE NODO-CASO 'A'-MPT .....	82
Ilustración 54 DADO DE PILOTES-ESQUEMA DE NODO-CASO 'B'-MPT .....	83
Ilustración 55 DADO DE PILOTES-ESQUEMA DE NODO-CASO 'C'-MPT .....	83
Ilustración 56 DADO DE PILOTES-ALTURA DEL NODO ESFÉRICO-MPT .....	84
Ilustración 57 DADO DE PILOTES-DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SHELL .....	88
Ilustración 58 DADO DE PILOTES-DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SÓLIDOS..	89
Ilustración 59 DADO DE PILOTES-DADO PARAMETRIZADO-VISTA SUPERIOR-MODELO SIMPLIFICADO.....	90
Ilustración 60 DADO DE PILOTES-DADO PARAMETRIZADO-VISTA INFERIOR-MODELO SIMPLIFICADO.....	90
Ilustración 61 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S11-VISTA SUPERIOR-MODELO SIMPLIFICADO .....	91
Ilustración 62 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S11-VISTA INFERIOR-MODELO SIMPLIFICADO.....	91
Ilustración 63 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S22-VISTA SUPERIOR-MODELO SIMPLIFICADO .....	93
Ilustración 64 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S22-VISTA INFERIOR-MODELO SIMPLIFICADO.....	93
Ilustración 65 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S33-VISTA SUPERIOR-MODELO SIMPLIFICADO .....	94

Ilustración 66 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S33-VISTA INFERIOR-MODELO SIMPLIFICADO.....	95
Ilustración 67 DADO DE PILOTES-RESULTADOS FMAX-VISTA SUPERIOR-MODELO SIMPLIFICADO.....	96
Ilustración 68 DADO DE PILOTES-VARIABILIDAD DE LAS FRANJAS DE ESFUERZOS PARA CADA ALTURA-MODELO SIMPLIFICADO.....	97
Ilustración 69 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-PLANTA-MODELO SIMPLIFICADO.....	112
Ilustración 70 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-ALZADO-MODELO SIMPLIFICADO.....	112
Ilustración 71 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO BAJO COLUMNA-PLANTA-MODELO SIMPLIFICADO.....	113
Ilustración 72 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-ALZADO-MODELO SIMPLIFICADO.....	114
Ilustración 73 DADO DE PILOTES-DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SHELL ....	118
Ilustración 74 DADO DE PILOTES-DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SÓLIDOS	118
Ilustración 75 DADO DE PILOTES-DADO PARAMETRIZADO-VISTA SUPERIOR-MODELO DETALLADO .....	119
Ilustración 76 DADO DE PILOTES-DADO PARAMETRIZADO-VISTA INFERIOR-MODELO DETALLADO .....	120
Ilustración 77 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S11-VISTA SUPERIOR-MODELO DETALLADO.....	120
Ilustración 78 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S11-VISTA INFERIOR-MODELO DETALLADO .....	121
Ilustración 79 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S22-VISTA SUPERIOR-MODELO DETALLADO.....	122
Ilustración 80 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S22-VISTA INFERIOR-MODELO DETALLADO .....	123
Ilustración 81 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S33-VISTA SUPERIOR-MODELO DETALLADO.....	124
Ilustración 82 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S33-VISTA INFERIOR-MODELO DETALLADO .....	124
Ilustración 83 DADO DE PILOTES-RESULTADOS FMAX-VISTA SUPERIOR-MODELO DETALLADO .....	125
Ilustración 84 DADO DE PILOTES-VARIABILIDAD DE LAS FRANJAS DE ESFUERZOS PARA CADA ALTURA-MODELO DETALLADO .....	127
Ilustración 85 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-PLANTA-MODELO DETALLADO .....	141
Ilustración 86 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-ALZADO-MODELO DETALLADO .....	142
Ilustración 87 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO BAJO COLUMNA-PLANTA-MODELO DETALLADO .....	143
Ilustración 88 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-ALZADO-MODELO DETALLADO .....	144
Ilustración 89 VIGA ALTA-RESULTADOS MPT-RETICULADO.....	152

Ilustración 90 DADO DE PILOTES-RESULTADOS MPT-RETICULADO .....	158
--	-----

## **1. AGRADECIMIENTOS**

Especial agradecimiento a la Ingeniera Marisol Nemocón directora del programa de ingeniería civil de la Universidad Católica de Colombia y al Ingeniero Oscar Pinzón docente de cátedra de la Universidad Católica de Colombia por la juiciosa lectura y acompañamiento de este proceso investigativo, por los consejos dados a lo largo de estos meses, por las numerosas enseñanzas en el campo profesional y personal sin su valioso tiempo este trabajo investigativo no hubiese sido culminado.

## **2. RESUMEN**

El siguiente trabajo de investigación, tiene por objetivo generar una comparación teórica del modelo puntal tensor, un modelo muy utilizado para los elementos estructurales de gran altura, contra modelos computacionales. Se indagará la mayor cantidad de información existente sobre este modelo teórico, debido a que es muy moderno, por ello existen metodologías de trabajo para diferentes estructuras y consideraciones por cada caso. Y posteriormente, con tales metodologías se realizarán memorias de cálculos, enfocadas al análisis de elementos en 2D y 3D. Luego, con apoyo del programa computacional, se modelará de dos formas: una denominada simplificada, que intentará confirmar las hipótesis del modelo teórico; y la segunda modelación, denominada detallada, que planteará el análisis con las apreciaciones más reales del tipo de estructura. Con los resultados obtenidos, se generará unas comparaciones y posteriores conclusiones enfocadas a mejorar, el modelo puntal tensor teórico.

**PALABRAS CLAVE:** Modelo puntal tensor, Modelación computacional, Estructuras en 2D y 3D, Comparación teórica y computacional.

## **3. PRÓLOGO**

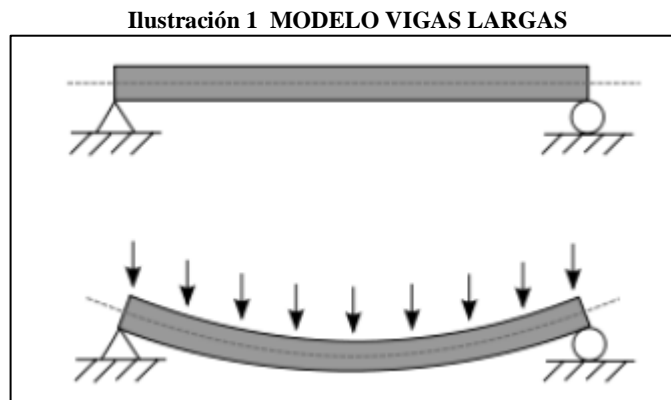
### **3.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

El concreto reforzado ha estado presente desde hace mucho tiempo en el diseño de estructuras. La teoría clásica de diseño elástico ha quedado un poco atrás, dando paso en las últimas décadas al diseño plástico. Un método de diseño que mezcle la teoría elástica y plástica sería muy conveniente y reuniría los requisitos de seguridad y entrada en servicio de las estructuras. El modelo puntal-tensor ha evolucionado en la actualidad como uno de los métodos con mayor auge entre los

investigadores debido a la mezcla entre teoría elástica y plástica que lo sustenta. La división de un elemento en zonas estructurales es una de las innovaciones que posee el método puntal-tensor, tratando a la estructura como un todo sin separar los tipos de esfuerzos presentes en ella. Las zonas con mayor discontinuidad de esfuerzos son denominadas regiones D, y las zonas con esfuerzos uniformes se nombran como regiones B. La estructura internamente se diseña con un reticulado imaginario que posee puntales de hormigón, tensores de acero y uniones entre ellos que se denominan nodos. El diseño de modelos puntal-tensor debe hacerse con una disposición de puntales, tensores y nodos lo más parecida posible a los caminos o flujos de esfuerzos que recorren internamente una estructura. El detallado de los elementos del modelo debe realizarse tomando en cuenta los esfuerzos y deformaciones a que son sometidos. (Aedo, 2004)

El modelo teórico y experimental de las vigas de la luz reducida en comparación con su altura, representa un análisis excepcional al modelo común de las secciones de vigas que se trabajan en la mecánica de sólidos con cargas perpendiculares a su eje principal.

Normalmente las luces sufren deflexiones debido a las cargas que soportan, donde la sección de alta rigidez, que se encuentra en los apoyos, es simplemente tratada como un elemento que se diseña a cortante más no flexión. Según el teorema de Bernoulli, se parte de la base de que las caras de la sección permanecen planas antes y después de la flexión. Con el fundamento propuesto del que se parte, es que las caras de la sección permanecen planas antes y después de la flexión: se cumple. Esto es aplicable a vigas en las cuales su longitud es al menos dos veces su altura, y se pueden considerar como vigas largas o vigas comunes.

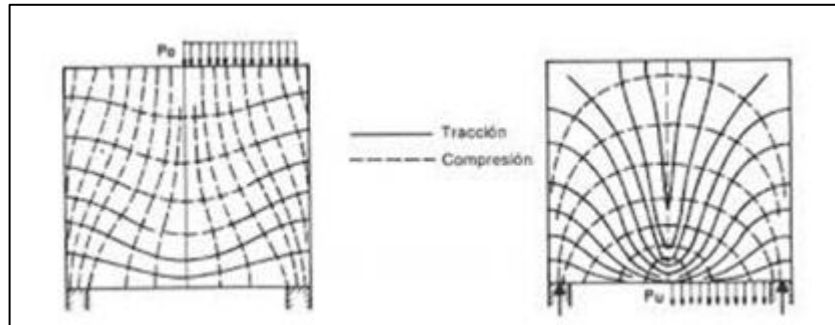


**FUENTE: DANIEL LEÓN**

Ahora bien, cuando se analiza un elemento, un elemento cuya luz es menor a dos veces su altura, se está hablando de secciones longitudinales denominadas “vigas altas”. Las vigas altas, por su geometría, no logran desarrollar plenamente la flexión, ya que las zonas rígidas o zonas “D” están en toda la luz y se comportan

de manera muy sólida y monolítica, por lo que las cargas, se podría afirmar, pasan de los puntos de aplicación a los apoyos directamente.

**Ilustración 2 MODELO VIGAS CORTAS**



**FUENTE: UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA**

Existen varios tipos de modelos para describir el fenómeno que se presenta. Los principales son: el modelo puntal tensor y el modelo computacional por medio de elementos finitos. Modelo vigas cortas (Universidad Nacional de Colombia) El modelo puntal tensor es mecánico, teórico y manual, se distingue por dar resultados óptimos, seguros, basados en un sobredimensionamiento intrínseco. El modelo de elementos finitos representa la aproximación más fiel del fenómeno, requiere recursos tecnológicos y de tiempo según la estructura, pero los resultados son casi los esperados por el sistema en funcionamiento. Entonces: ¿es el modelo puntal tensor seguro y eficiente? ¿El modelo puntal tensor sobredimensiona en qué relación al modelo computacional? ¿Se justifica el uso de modelos computacionales para definir el modelo?

## **3.2 OBJETIVOS**

### **3.2.1 GENERALES**

Determinar la similitud existente entre los modelos puntal tensor y los modelos computacionales. Calculando una relación de proporcionalidad entre ellos en casos específicos de estudio, siendo estos casos, los más comunes y útiles en el ejercicio ingenieril. Esta comparación se generará valorando los distintitos aspectos que se evalúan a una estructura de concreto reforzado.

### **3.2.2 ESPECÍFICOS**

Comparar las consideraciones y aspectos resultantes por medio de los modelos puntal tensor y computacional.

#### **3.2.2.1 CONSIDERACIONES**

- ¿El ancho del puntal es uniforme?
- ¿La tensión a lo largo del tensor es uniforme?
- ¿La configuración del modelo puntal tensor es única? Y, además, ¿es la más sencilla configuración posible?
- ¿En el diseño por medio del modelo puntal tensor es necesario realizar diseño por cortante?
- Revisar la influencia de los anchos de la aplicación de la carga y los anchos de los apoyos.

### **3.2.2.2 ASPECTOS**

- Diseño a cortante
- Diseño a flexión
- Altura de la viga y geometría
- Acciones internas
- % de compresión respecto a  $f'_c$

### **3.3 ALCANCE**

- Análisis de estructuras de vigas altas con configuraciones simétricas de carga y geometría.
- Análisis de estructuras de cabezales con configuraciones simétricas de carga y geometría.
- Análisis de las anteriores estructuras, con iguales condiciones, en modelos con profundidad (3D).

### **3.4 LIMITACIONES**

- Fenómeno: fundamento matemático y estructural del modelo puntal tensor.
- Estructuración del modelo teórico: debido a que el modelo puntal tensor se relaciona de un esquema similar a una cercha, esta estructuración es subjetiva.
- Procesamiento computacional: dificultad en el cálculo del programa, según el modelo que se analice, siendo el modelo 2D y 3D de requerimientos físicos de la computadora distintos.
- Condiciones de contorno: el uso adecuado del programa de análisis teniendo en cuenta las condiciones de contorno y específicas de análisis.

## 4. ESTADO DEL ARTE

### 4.1 ANTECEDENTES HISTÓRICOS

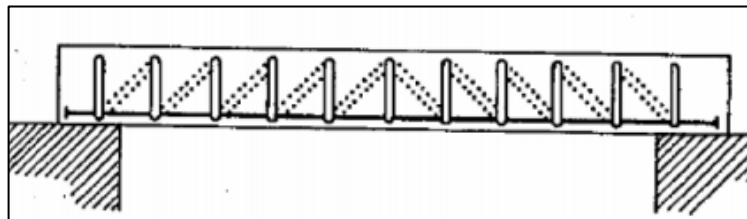
Los modelos puntales tensor son modelos racionales para el diseño de discontinuidades geométricas de cargas que se basa en el teorema del límite menor de plasticidad, que consiste en la idealización de los campos de esfuerzos internos mediante una cuadrícula hipotética para de esta manera representar los campos a compresión con puntales y los campos a tensión con tensores, los cuales trabajan entre si al estar conectados por nodos.

El problema radica en que al emplear este método existe un amplio rango de posibilidades que no generan una única solución lo que genera una sensación de diseño poco eficaz.

El primer trabajo del que se tiene referencia data del año 1639 y fue realizado por Galileo Galilei el cual se encontraba vinculado con la optimización estructural debido a que se encontraba concentrado en encontrar una forma óptima para diseñar una viga en voladizo a la que se le aplicaba una carga puntual. (Sánchez, 2012)

Las investigaciones y los avances iniciaron ya desde el principio con el concreto reforzado donde se destacan dos autores, el Ingeniero Mörsch y el Ingeniero suizo Ritter. Los dos llegaron a conclusiones parecidas, pero Mörsch tiene más relevancia en los libros de ingeniería debido a su publicación en 1902 "*La construcción en hormigón armado. Su teoría y práctica*" Pero Ritter fue el primer ingeniero en presentar el concepto de tracción diagonal en el alma del concreto planteando un símil con una estructura típica en celosía metálica.

Ilustración 3 MODELO COMPARATIVO



FUENTE: RITTER 1899

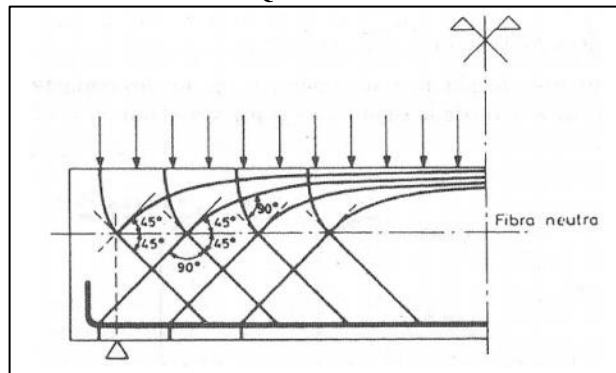
El ingeniero Ritter quien también afirmaba en su trabajo que las diagonales internas aportaban a la resistencia a cortante de un elemento de concreto reforzado a través de la tracción y no resistiendo esfuerzos tangenciales. El modelo propuesto por Ritter no tuvo mucha acogida en la sociedad profesional. Por consiguiente, aparecieron dos líneas de pensamiento, una en la que se creía



que los diagonales internas resistían esfuerzos tangenciales y otra línea que concordaba con Ritter la cual apoyaba la teoría de la tracción diagonal en el alma.

Mörsch finalmente acabó con dichas líneas al demostrar que, si un elemento está sometido a tensiones tangenciales puras, entonces existe una tracción diagonal cuya inclinación es de  $45^\circ$  para vigas. Por esto y como la resistencia del concreto a tracción es menor que la de compresión, la rotura se producirá por tracción diagonal del alma.

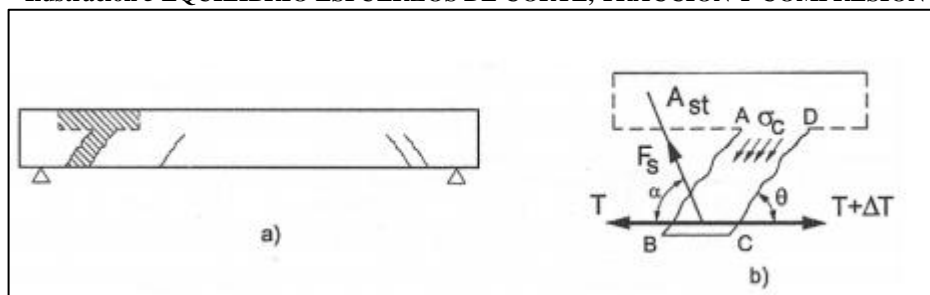
**Ilustración 4 EQUILIBRIO TENSIONAL**



**FUENTE: MÖRSCH 1902**

Las hipótesis presentadas por Mörsch lo llevaron a analizar el equilibrio entre el incremento del refuerzo de tracción, la resistencia del refuerzo de corte y la compresión de bielas o puntal entre fisuras consecutivas.

**Ilustración 5 EQUILIBRIO ESFUERZOS DE CORTE, TRACCIÓN Y COMPRESIÓN**



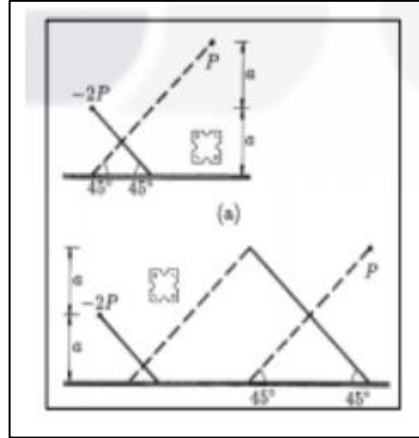
**FUENTE: MÖRSCH 1902**

En el siglo XX Clerk Maxwell realizó el “On reciprocal figures, frames and diagrams forces” que daría las pautas a Michell para instaurar los principios fundamentales para el diseño óptimo de barras con peso mínimo, pero Michell solo diseñaba elementos isostáticos que generaban un mayor refuerzo.

Ya para 1962 Chan desarrolla unos procedimientos para la construcción gráfica de capos de deformaciones unitarias que ya había descrito Michell, Prager y Rozvany con sus trabajos “Optimal layout of grillages” y “Optimal design of flexural system”

crean una teoría para la distribución óptima de estructuras reticulares dichos estudios son la el primer acercamiento a el método matemático del puntal tensor.

Ilustración 6 GRAFICA DE COMPARACIÓN DE DEFORMACIONES EN VIGAS



FUENTE: CHAN 1962

## 4.2 HIPÓTESIS DE BERNOULLI

La hipótesis de Bernoulli, la cual señala que las secciones que eran originalmente planas permanecen planas después de la carga, es fundamental para la formulación de métodos de diseño para vigas sometidas a flexión en condiciones de agrietamiento. Las zonas que cumplen con estos requisitos se denominan regiones B.

Actualmente, existen enfoques para el diseño de regiones B, que cumplen con la hipótesis antes mencionada, como la teoría tradicional para la flexión especificada en el código ACI. Además, existe la tradicional aproximación de diseño empírica  $V_c + V_s$  (Contribución del concreto más contribución del acero) para el diseño al corte (ACI 318-2002).

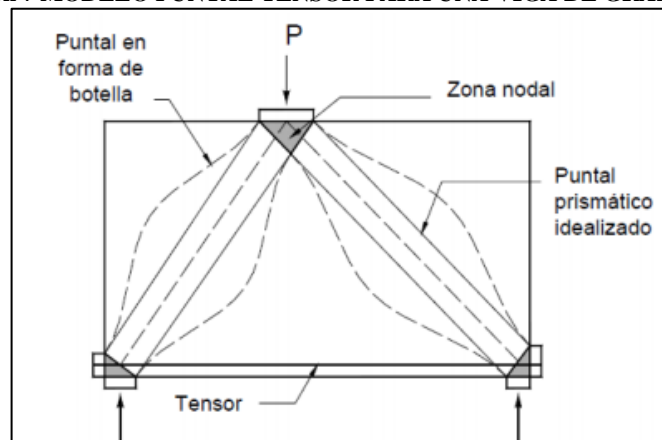
En elementos de concreto reforzado, existen zonas próximas a discontinuidades de carga y/o geométricas donde la hipótesis de Bernoulli de distribución lineal de deformaciones no se cumple, como es el caso de puntos de carga, esquinas de marco, ménsulas y aberturas de muros. Estas zonas son las llamadas regiones D. El tratamiento actual de estas zonas, basado en reglas empíricas y la experiencia del diseñador, no garantiza un diseño apropiado, ya que están desarrolladas para geometrías y cargas muy específicas que no pueden generalizar su uso. Lo anterior se soluciona utilizando el modelo puntal-tensor, que da una aproximación racional para el diseño del concreto reforzado, ya que entrega un modelo físico que satisface las condiciones de equilibrio e idealiza los campos de esfuerzos internos.

El modelo puntal-tensor consiste en la idealización de los campos de esfuerzos internos mediante un reticulado hipotético, en el cual los campos de esfuerzo de compresión son representados por puntales de hormigón y los esfuerzos de tracción son representados por tensores, los cuales son unidos por conexiones llamadas nodos.

Los tensores pueden ser tanto barras de refuerzo, como tendones de pre-esforzado; por lo que su empleo es tanto para el concreto reforzado, como para el concreto pre-esforzado.

Su aplicabilidad no sólo comprende estructuras planas, sino que se extiende a estructuras tridimensionales como por ejemplo en cabezales de pilotes. La ilustración 7 adaptada del Anexo A del código ACI 318-2002 es un ejemplo de un modelo puntal-tensor de una viga de gran altura, el cual consiste en dos puntales inclinados, un tensor horizontal y tres nodos. Los nodos se encierran dentro de zonas nodales que transfieren las fuerzas de los puntales al tensor y a los apoyos. Se asume que el modelo puntal-tensor falla debido a la fluencia de los tensores, o bien por aplastamiento de los puntales, por falla de las zonas nodales que conectan los puntales y tensores, o por falla del anclaje de los tensores. Los puntales y las zonas nodales se asumen para alcanzar su capacidad resistente cuando el esfuerzo de compresión que actúa en el extremo de los puntales o en las caras de las zonas nodales, alcancen la resistencia efectiva a la compresión.

**Ilustración 7 MODELO PUNTAL TENSOR PARA UNA VIGA DE GRAN ALTURA**



FUENTE: ACI 318-2002

Alternativamente, la analogía de la armadura para el diseño de regiones B es un acercamiento racional y consistente hacia el diseño de vigas agrietadas cargadas en flexión, corte y torsión; por lo que ha sido estudiado por gran cantidad de investigadores y ha sido adoptada en varios códigos de diseño. Se considera el modelo de armadura para el diseño como un caso particular de un modelo puntal-tensor para el diseño de zonas en donde se cumple la distribución lineal de

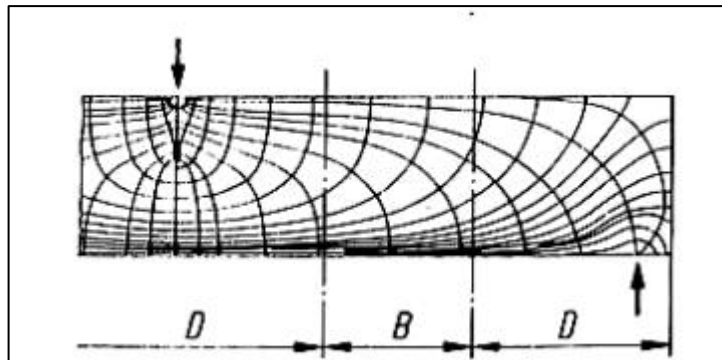
deformaciones. Por lo tanto, para el diseño con modelos puntal-tensor, los aspectos críticos para ser definidos y especificados son:

- Esquema geométrico del modelo puntal-tensor
- Resistencias efectivas del hormigón y factores de reducción que deben usarse
- Forma y resistencia de los puntales
- Arreglo y resistencia de las zonas nodales
- Disposición, resistencia, y anclaje de los tensores, y
- Requisitos de detallado.

### 4.3 REGIONES “D”

El primer paso de este método de diseño consiste en la identificación de aquellas zonas de la estructura en las que no se cumple la distribución lineal de deformaciones en la sección transversal (hipótesis de Bernoulli) y por ende no puede utilizarse los métodos estándar para el diseño a flexión y cortante. A estas zonas se les denomina en la bibliografía regiones D (por Disturbed, perturbadas; o Discontinuity, discontinuidad; o bien Detail, detalle) en contraposición a las zonas restantes a las que se les denomina regiones B (por Bernoulli; o Beam, viga). Ejemplos de discontinuidades son: proximidades a cargas concentradas, esquinas de marcos, curvaturas, cambios de sección, aberturas, entre otras como se puede observar a continuación.

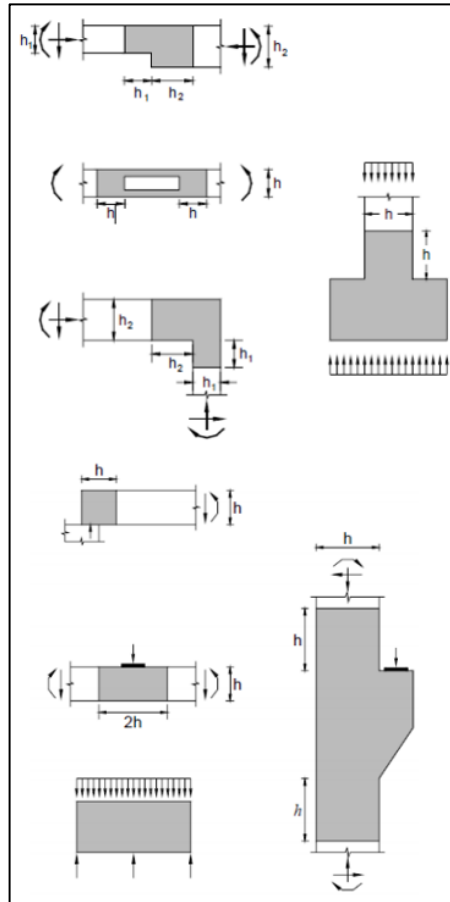
**Ilustración 8 TRAYECTORIA DE ESFUERZOS EN UNA REGIÓN B Y PROXIMIDADES A DISCONTINUIDADES DE LAS REGIONES D.**



FUENTE: SCHLAICH, 1987

Las regiones D, son principalmente zonas de discontinuidad; tanto geométrica como de carga, o una combinación de ambas.

#### Ilustración 9 REGIONES D. DISCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS Y DE CARGA



FUENTE: ACI 318-2002

Una vez que se identifican las causas que generan la aparición de las regiones D (ya sea discontinuidades de carga o geométricas) restaría cuantificar la extensión de dichas zonas. (SCHLAICH, 1987) propone determinar dicha extensión por aplicación del principio de Saint Venant con procedimientos de superposición los cuales se encuentran también referidos en la investigación de (AZÓCAR, 2003). El resultado práctico de dicha aplicación a estructuras de barras conduce a que las regiones D se extiendan a una longitud aproximada igual a la mayor dimensión de la sección transversal de la pieza medida a partir de la discontinuidad. El código ACI considera la extensión de una región D a una distancia igual a una altura  $h$  o profundidad  $d$  desde la discontinuidad geométrica o de carga. Además, si dos regiones D se traslapan o encuentran, se consideran como una sola región D para fines de diseño.

#### 4.4 EL MODELO PUNTAL TENSOR

Se considera como antecedente bibliográfico principal las disposiciones del Apéndice A del Código ACI 318-2002, donde se plantea las definiciones,

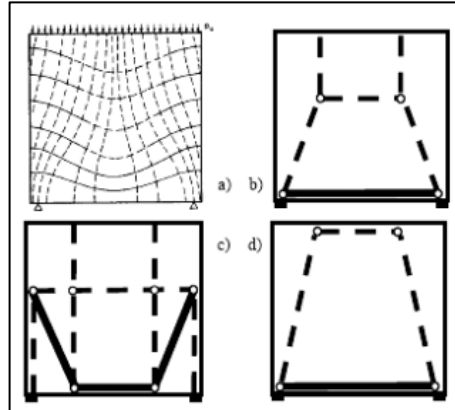
requerimientos y procedimiento de diseño con modelos puntal-tensor. El fundamento teórico que sustenta el diseño con modelos puntal-tensor es la publicación de Schlaich y Schafer: "Toward a Consistent Design of Structural Concrete". Otra referencia importante es la memoria de título de Azocar, "Búsqueda de Trayectorias Máximas de Tensiones y Aplicación del Modelo Puntal-Tensor", donde se exponen los fundamentos teóricos del método del puntal-tensor y se aplica a muros de Concreto armado llenos. Asimismo, se considera para definir los modelos puntal-tensor utilizados en los ejemplos de esta memoria las Recomendaciones de FIP: "Practical Design of Structural Concrete"; la investigación de Schlaich y Schafer antes mencionada; las publicaciones del American Concrete Institute con ejemplos de diseño: "Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models"; y la publicación de Nawi: "Prestressed Concrete". La publicación: "Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models", resume evidencia experimental de varios investigadores que reafirman los fundamentos teóricos del modelo puntal-tensor. Otra referencia importante es Strut and Tie Resource Web Site, portal electrónico creado por investigadores de la Universidad de Illinois, donde se pueden encontrar fundamentos teóricos y ejemplos de aplicación del método del puntal-tensor. (Williams, Deschenes, & Bayrak, 2012)

#### **4.5 LA FALTA DE UNICIDAD**

Dado que las estructuras tienden a resistir con el menor trabajo de deformación posible, entre varios modelos posibles se debe elegir el que produzca el menor trabajo interno de deformación. Dado que los puntales de hormigón son muy rígidos aportan poco al trabajo interno, por lo que si los esfuerzos entre los diferentes tensores fueran del mismo orden el modelo más adecuado será el que presente menor longitud total de tensores. En caso contrario será el que presente menor valor de la sumatoria aplicada a todos los tensores del producto de la fuerza en cada tensor por su longitud. Esto se basa en el principio de energía de deformación mínima (SCHLAICH, 1987) y (AZÓCAR, 2003).

Teniendo en cuenta lo anterior, el modelo más adecuado resultará ser el modelo (d) de la Ilustración 11, aunque si la pieza estuviera fuertemente solicitada (o no estuviéramos seguros si lo está o no) conviene adoptar el modelo (b). En ambas situaciones el modelo (c) es el más ineficiente e inadecuado. En otras palabras, el modelo no es único y podrá variar con el nivel de solicitación y de un proyectista a otro. La única forma de llegar a un modelo único sería satisfaciendo enteramente las condiciones de compatibilidad para lo cual habría que introducir las ecuaciones constitutivas de los materiales y resolver enteramente un problema que no es lineal perdiéndose de esta manera la simplicidad del método.

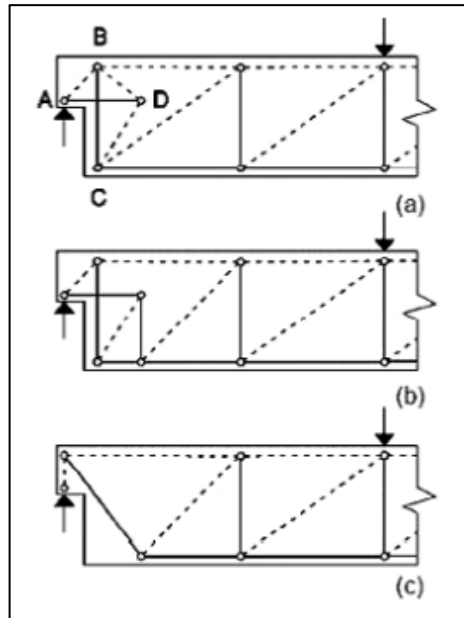
**Ilustración 10 ISOSTÁTICA Y DIFERENTES MODELOS PUNTAL-TENSOR.**



FUENTE: ACI 318-2002

La no singularidad en la solución crea una cierta sensación de fastidio en los proyectistas que, esperando una herramienta de cálculo directo, se encuentran con un amplio rango de posibilidades y libertades que no conducen a una única solución. Los modelos de la Ilustración 12 han sido analizados por (REINECK, 2002) y corresponden al extremo rebajado del apoyo de una viga.

**Ilustración 11 MODELOS PUNTAL TENSOR PARA VIGA CON EXTREMO REBAJADO.**



FUENTE: ACI 318-2002

#### 4.6 PROGRAMA SAP2000

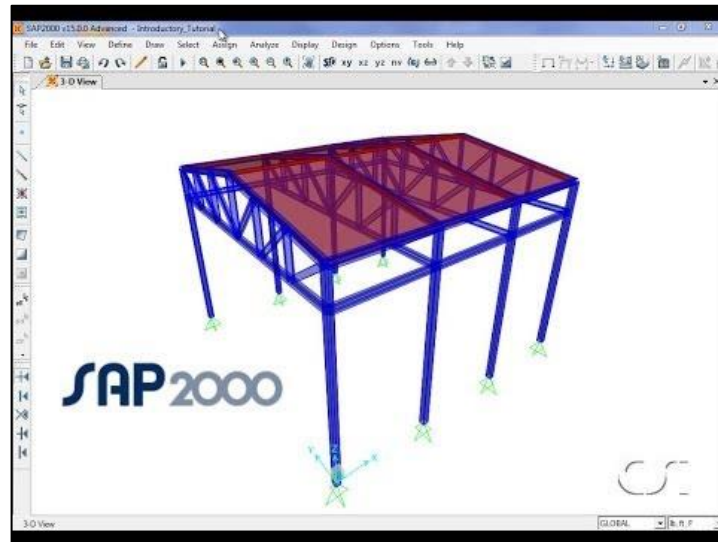
SAP2000 es un programa de elementos finitos, con interfaz gráfico 3D orientado a objetos, preparado para realizar de forma totalmente integrada la modelación,

análisis y dimensionamiento del más amplio conjunto de problemas de ingeniería de estructuras.

La versatilidad del software permite utilizarlo en el dimensionamiento de puentes, edificios, estadios, presas, estructuras industriales, estructuras marítimas y todo tipo de infraestructura que necesite ser analizada y dimensionada.

Con respecto a las acciones, es posible generar automáticamente cargas de sismo, viento y vehículos, y posteriormente, hacer el dimensionamiento y comprobación automática de estructuras de hormigón armado, perfiles metálicos, de aluminio y conformados en frío, a través de las normativas europeas, americanas, canadienses, turcas, indias, chinas, y otras.

**Ilustración 12 INTERFAZ SAP2000**



**FUENTE: CSI AMÉRICA**

## **5. PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS**

### **5.1 METODOLOGÍA**

Tanto para el modelo de las Viga alta y el Dado de Pilotes, se trabajará la misma metodología. Esta consistirá, primero, en determinar con detalle el modelo puntal tensor de la estructura, con todas las consideraciones y requerimientos necesarios.

Posterior a este, se procederá a realizar el primer análisis computacional, el cual se denomina simplificado, esto es debido a que este modelo pretenderá dar confirmación de resultados y de hipótesis al modelo puntal tensor, este modelo, se

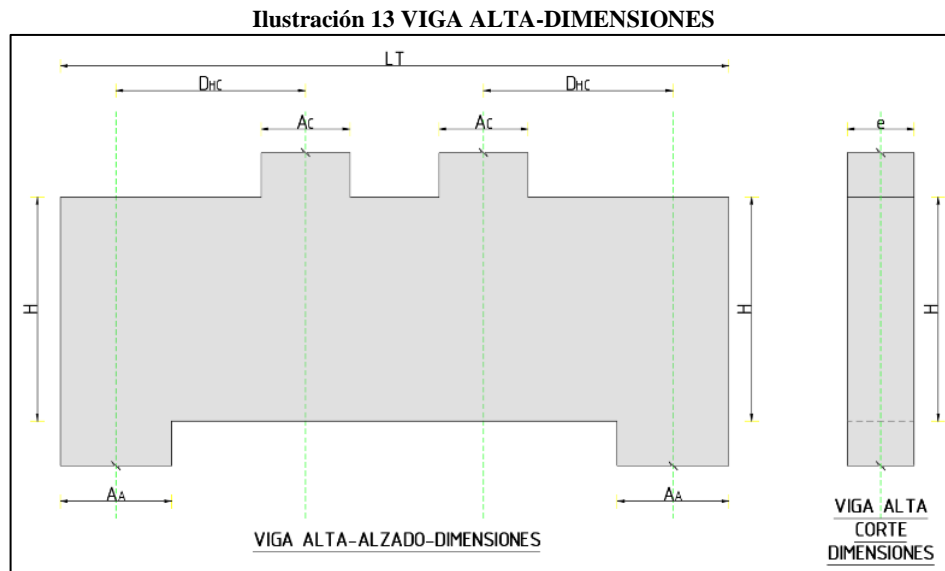


aleja de la realidad, principalmente en la manera en la que se aplica la carga y en la que se definen las restricciones a los apoyos (de primer genero).

Y finalmente se realiza el segundo análisis computacional denominado detallado, este modelo sí plantea considerar las restricciones y aspectos generales en este tipo de estructura una vez se construyen, la principal característica es el hecho de que los apoyos (sean columnas o pilotes), normalmente son empotradas al elemento, la viga alta, o la zapata, por ello hay momentos generados por este tipo de estructuras (normalmente, sí la estructura por casos especiales no requiere este tipo de apoyos, basta la comparación simplificada), por lo que el modelo detallado, pretenderá ser la opción más real.

## 5.2 VIGA ALTA

### 5.2.1 MODELO PUNTAL TENSOR



Para la viga alta anteriormente indicada, se cuenta con las siguientes características de trabajo:

- Resistencia del concreto:  $f'_c := 21 \text{ MPa}$
- Resistencia del acero de refuerzo:  $f_y := 420 \text{ MPa}$
- Carga puntual que transmite cada columna:  $P_c := 3500 \text{ kN}$
- Factor de reducción para estructuras de concreto:  $\phi := 0.75$

Respecto a las dimensiones, las siguientes variables definen su geometría:

- Altura de la viga:  $H := 2 \text{ m}$
- Longitud total de la viga:  $L_T := 4 \text{ m}$
- Profundidad de la viga:  $e := 0.5 \text{ m}$
- Ancho de las columnas:  $A_C := 0.8 \text{ m}$
- Ancho de los apoyos:  $A_A := 0.8 \text{ m}$
- Distancia horizontal entre cargas:  $D_{HC} := 1 \text{ m}$

Es necesario tener en cuenta, qué:  $D_{HC} < 2 \cdot H$ , para que se considere una viga alta, y si se trata de cargas distribuidas, qué:  $L_T < 2 \cdot H$ .

Para este caso se cumple, qué:  $D_{HC} < 2 \cdot H$ , y la longitud entre columnas es relativamente estrecha, y no logra desarrollar flexión, por lo que toda la viga se considera alta y cumple el diseño por medio del método Puntal-Tensor.

#### A. RESISTENCIA EFECTIVA DE LAS ZONAS NODALES Y PUNTALES

Las resistencias de los elementos del modelo se basan en las recomendaciones de la norma ACI-318-14, la cual indica valores de reducción de resistencia para las zonas nodales, según sean las cargas concéntricas al nodo, sean de naturaleza de tensión o compresión. Y para la resistencia de los puntales según se contemple la geometría esperada del puntal.

**Tabla 1 COEFICIENTE DE REDUCCIÓN PARA ZONAS NODALES**

<b>Table 23.9.2—Nodal zone coefficient <math>\beta_n</math></b>		
<b>Configuration of nodal zone</b>	<b><math>\beta_n</math></b>	
Nodal zone bounded by struts, bearing areas, or both	1.0	(a)
Nodal zone anchoring one tie	0.80	(b)
Nodal zone anchoring two or more ties	0.60	(c)

FUENTE: ACI-318-14

**Tabla 2 COEFICIENTE DE REDUCCIÓN PARA PUNTALES A COMPRESIÓN**

<b>Table 23.4.3—Strut coefficient <math>\beta_s</math></b>			
<b>Strut geometry and location</b>	<b>Reinforcement crossing a strut</b>	<b><math>\beta_s</math></b>	
Struts with uniform cross-sectional area along length	NA	1.0	(a)
Struts located in a region of a member where the width of the compressed concrete at midlength of the strut can spread laterally (bottle-shaped struts)	Satisfying 23.5	0.75	(b)
	Not Satisfying 23.5	$0.60\lambda$	(c)
Struts located in tension members or the tension zones of members	NA	0.40	(d)
All other cases	NA	$0.60\lambda$	(e)

FUENTE: ACI-318-14

NODOS: para el caso presentado, se encuentran dos tipos de nodos, por lo que se calculará la resistencia para los casos (a y b).

PUNTALES: para el caso presentado, se opta por el uso crítico de la sección, que contempla una ampliación en el medio del puntal por efectos de tensiones transversales, y satisfaciendo con el acero mínimo de refuerzo (caso b).

#### ZONA NODAL-TIPO A

$$\beta_{n.A} := 1.0$$

$$f'_{ce.n.A} := 0.85 \cdot \beta_{n.A} \cdot f'_c = 17.85 \text{ MPa}$$

#### ZONA NODAL-TIPO B

$$\beta_{n.B} := 0.8$$

$$f'_{ce.n.B} := 0.85 \cdot \beta_{n.B} \cdot f'_c = 14.28 \text{ MPa}$$

#### PUNTAL-TIPO B-FORMA DE BOTELLA

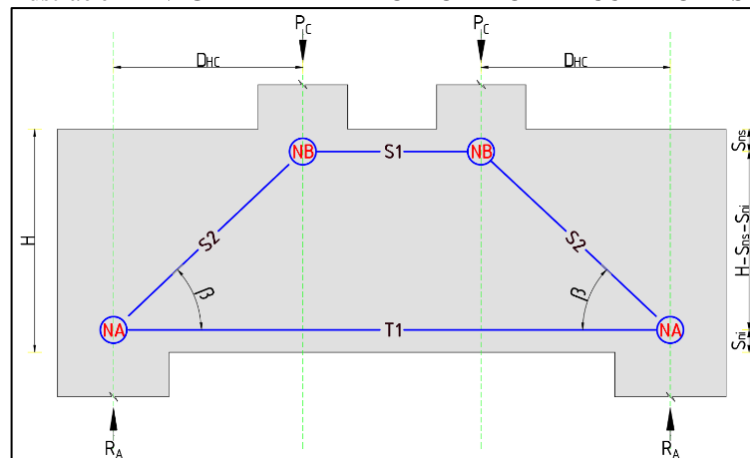
$$\beta_{s.B} := 0.75$$

$$f'_{ce.s.B} := 0.85 \cdot \beta_{s.B} \cdot f'_c = 13.388 \text{ MPa}$$

#### B. MODELO RETICULADO BASE

A continuación, se muestra el modelo reticulado, de esta forma se espera que viajen los esfuerzos de las columnas a los apoyos. Lo ideal es mantener el principio de parsimonia y de límite inferior.

Ilustración 14 VIGA ALTA-ALZADO-MODELO RETICULADO BASE



FUENTE: LOS AUTORES

Note el hecho de que en la "cercha", se ubican los nodos en los mismos ejes de las cargas, además de ello, los nodos deben tener una distancia respecto al borde superior e inferior de la viga  $[S_{ns}]$  y  $[S_{ni}]$ , estas separaciones son supuestas, y se recomienda optimizarlas con lo requerido por la estructura, por lo tanto, se ajustan iterando el diseño.

### C. CÁLCULO DE LOS ESFUERZOS EN EL RETICULADO

Se inicia hallando el ángulo entre el puntal y el tensor.

Separación superior del nodo:  $S_{ns} := 0.444 \text{ m} \cdot 0.5 = 0.222 \text{ m}$

Separación inferior del nodo:  $S_{ni} := 0.416 \text{ m} \cdot 0.5 = 0.208 \text{ m}$

$$\beta := \arctan\left(\frac{H - S_{ns} - S_{ni}}{D_{HC}}\right) = 57.505^\circ$$

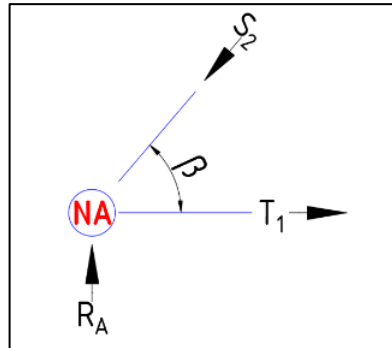
Se calculan las reacciones exteriores de la cercha, teniendo en cuenta que es doblemente simétrica, las reacciones en los apoyos serán:

$$R_A := P_c = 3500 \text{ kN}$$

Por el método de las secciones, se determinan las cargas axiales de los miembros.

Sección 1:

Ilustración 15 VIGA ALTA-SECCIÓN 1-MPT



FUENTE: LOS AUTORES

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[y]$ , se despeja a  $[S_2]$ , así:

$$S_2 := 0 = R_A - S_2 \cdot \sin(\beta) \xrightarrow{\text{solve}, S_2} \frac{3500.0 \cdot \text{kN}}{\sin(57.505200055146275^\circ)}$$

$$S_2 = 4149.672 \text{ kN} \quad \text{[COMPRESIÓN]}$$

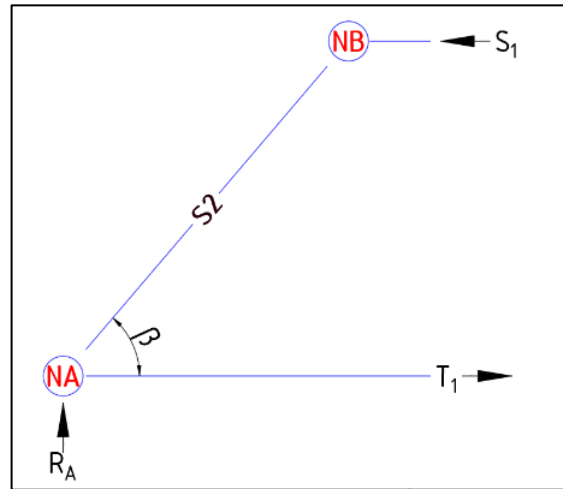
Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[x]$ , se despeja a  $[T_1]$ , así:

$$T_1 := 0 = T_1 - S_2 \cdot \cos(\beta) \xrightarrow{\text{solve}, T_1} \frac{3500.0 \cdot \text{kN} \cdot \cos(57.505200055146275^\circ)}{\sin(57.505200055146275^\circ)}$$

$$T_1 = 2229.299 \text{ kN} \quad [\text{TENSIÓN}]$$

Sección 2:

Ilustración 16 VIGA ALTA-SECCIÓN 2-MPT



FUENTE: LOS AUTORES

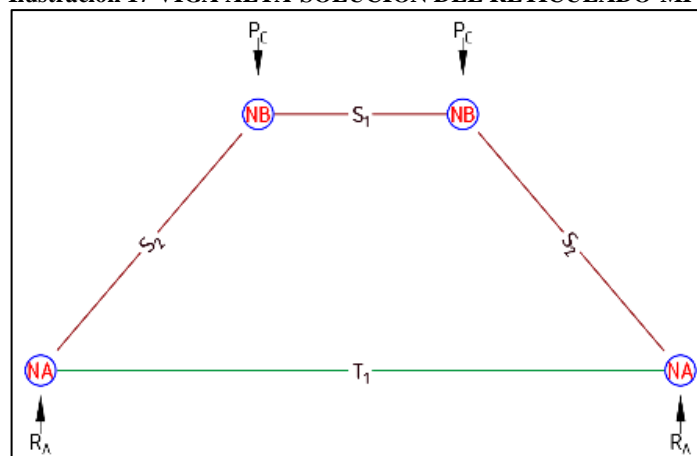
Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[x]$ , se despeja a  $[S_1]$ , así:

$$S_1 := 0 = T_1 - S_1 \xrightarrow{\text{solve}, S_1} \frac{3500.0 \cdot \text{kN} \cdot \cos(57.505200055146275^\circ)}{\sin(57.505200055146275^\circ)}$$

$$S_1 = 2229.299 \text{ kN} \quad [\text{COMPRESIÓN}]$$

En resumen, los esfuerzos del reticulado resuelto serían los siguientes:

Ilustración 17 VIGA ALTA-SOLUCIÓN DEL RETICULADO-MPT



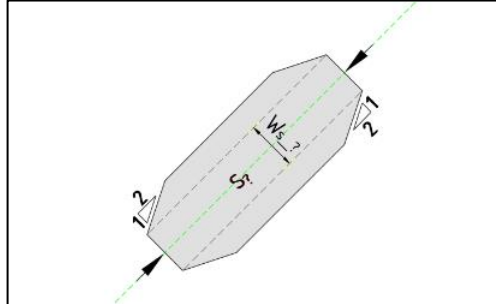
FUENTE: LOS AUTORES

$$P_c = 3500 \text{ kN} \quad S_1 = 2229.299 \text{ kN} \quad S_2 = 4149.672 \text{ kN} \quad T_1 = 2229.299 \text{ kN} \quad R_A = 3500 \text{ kN}$$

#### D. ANCHO REQUERIDO DE LOS PUNTALES

Se determina el ancho de los puntales, este ancho representa el mínimo ancho que debe proveerse por medio de los nodos.

Ilustración 18 VIGA ALTA-PUNTAL EN FORMA DE BOTELLA



FUENTE: LOS AUTORES

Ancho requerido del puntal:  $W_{S_1} := m$

$$W_{S_1} := \frac{S_1}{\phi \cdot f'_{ce.s.B} \cdot e} = 0.444 \text{ m}$$

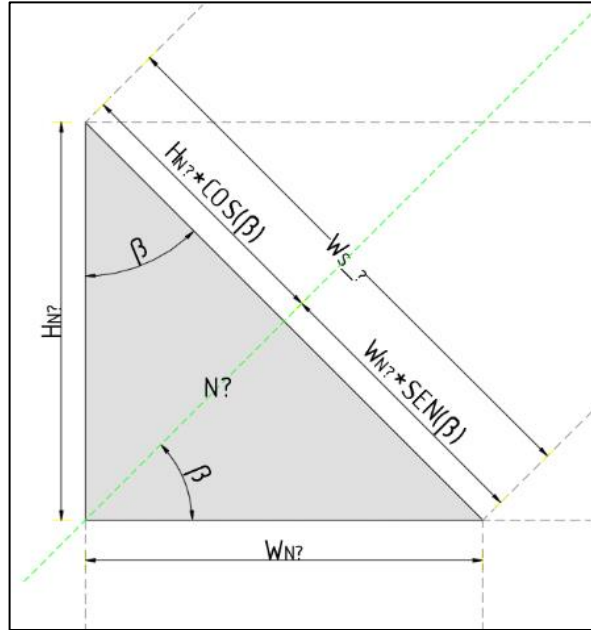
Ancho requerido del puntal:  $W_{S_2} := m$

$$W_{S_2} := \frac{S_2}{\phi \cdot f'_{ce.s.B} \cdot e} = 0.827 \text{ m}$$

#### E. DIMENSIONES DE LOS NODOS

Se deben proveer las dimensiones más óptimas en el nodo para que desarrollen completamente su resistencia, este análisis para hallar las dimensiones se realiza por cada tipo de nodo, para este caso Zonas nodales tipo A y Zonas nodales tipo B.

Ilustración 19 VIGA ALTA-ESQUEMA DEL NODO



FUENTE: LOS AUTORES

ZONA NODAL TIPO A: Se inicia determinando la altura del requerida por el nodo  $[H_{N?}]$ , debida a la carga horizontal, que es de tensión y, como ya se determinó el ancho requerido por el puntal  $[W_{S_?}]$ , se despeja el ancho mínimo del nodo  $[W_{N?}]$ , para que el nodo logre proveer a  $[W_{S_?}]$ . Y finalmente se verifica que  $[W_{N?}]$  soporte la carga requerida.

Análisis del nodo:  $[NA]$

Alto del nodo:  $H_{NA} := m$

$$H_{NA} := \frac{T_1}{\phi \cdot f'_{ce.n.B} \cdot e} = 0.416 \text{ m}$$

Ancho mínimo del nodo:  $W_{NA\_MÍN} := m$

$$W_{NA\_MÍN} := \frac{W_{S_2} - H_{NA} \cdot \cos(\beta)}{\sin(\beta)} = 0.715 \text{ m}$$

Ancho requerido del nodo:  $W_{NA} := m$

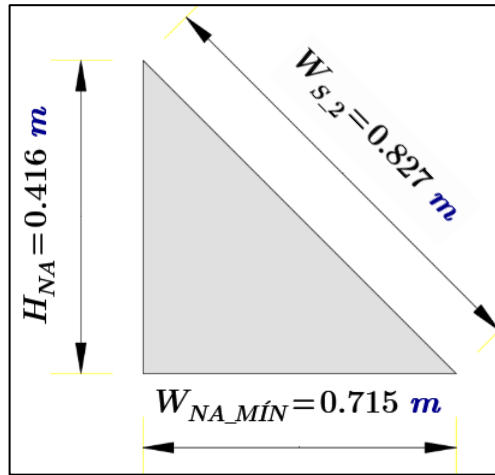
$$W_{NA} := \frac{R_A}{\phi \cdot f'_{ce.n.B} \cdot e} = 0.654 \text{ m}$$

```

if  $W_{NA} < W_{NA\_MÍN}$  | = "CUMPLE"
  || "CUMPLE"
else
  || "NO CUMPLE"

```

Ilustración 20 VIGA ALTA-DIMENSIONES DEL NODO TIPO A-MPT



FUENTE: LOS AUTORES

ZONA NODAL TIPO B: Para este caso ya se conoce la altura requerida por el nodo  $[H_{N?}]$ , debida a la carga horizontal, que es de compresión, por ser un puntal y también el ancho requerido por el puntal  $[W_{S_?}]$ , por ello se despeja el ancho mínimo del nodo  $[W_{N?}]$ , para que el nodo logre proveer a  $[W_{S_?}]$ . Y finalmente se verifica que  $[W_{N?}]$  soporte la carga requerida.

Análisis del nodo:  $[NB]$

Ancho mínimo del nodo:  $W_{NB\_MÍN} := m$

$$W_{NB\_MÍN} := \frac{W_{S2} - W_{S1} \cdot \cos(\beta)}{\sin(\beta)} = 0.697 \text{ m}$$

Ancho requerido del nodo:  $W_{NB} := m$

$$W_{NB} := \frac{P_c}{\phi \cdot f'_{ce.n.A} \cdot e} = 0.523 \text{ m}$$

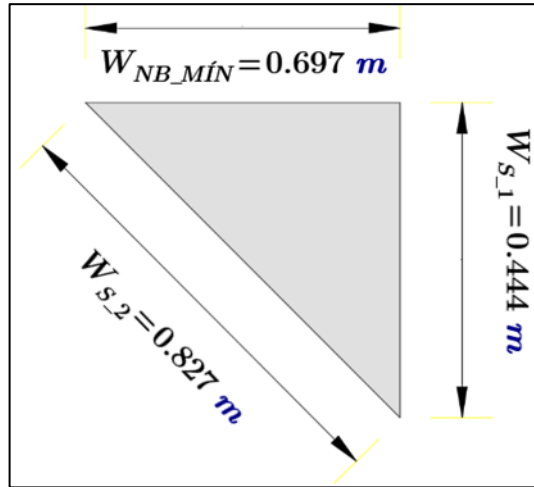
```

if  $W_{NB} < W_{NB\_MÍN}$  | = "CUMPLE"
  || "CUMPLE"
else
  || "NO CUMPLE"

```



Ilustración 21 VIGA ALTA-DIMENSIONES DEL NODO TIPO B-MPT



FUENTE: LOS AUTORES

Se realiza la siguiente verificación para optimizar el diseño, debido a que las separaciones propuestas para los nodos deben ser muy similares con respecto a las alturas requeridas por los nodos, para ello se verifica esta proporción, que subjetivamente no debe superar más o menos el 5% entre sí.

$$E_{ns} := 1 - \frac{2 \cdot S_{ns}}{W_{S_1}} = 0.01\%$$

if  $-5\% < E_{ni} < 5\%$  | = "CUMPLE"  
 || "CUMPLE"  
 else  
 || "NO CUMPLE"

$$E_{ni} := 1 - \frac{2 \cdot S_{ni}}{H_{NA}} = 0.07\%$$

if  $-5\% < E_{ns} < 5\%$  | = "CUMPLE"  
 || "CUMPLE"  
 else  
 || "NO CUMPLE"

También se realiza la comparación del ancho de las columnas y los apoyos, con respecto al ancho requerido por la carga para definir si se pueden realizar ajustes a los anchos para darle más finesa al diseño. Subjetivamente debe estar entre el -5% y 0%.

$$E_{AC} := 1 - \frac{A_C}{W_{NB\_MÍN}} = -14.75\%$$

if  $-5\% < E_{AC} < 0\%$  | = "GENEROSO"  
 || "ÓPTIMO"  
 else if  $E_{AC} < -5\%$   
 || "GENEROSO"  
 else if  $E_{AC} > 0\%$   
 || "AJUSTAR"

$$E_{AA} := 1 - \frac{A_A}{W_{NA\_MÍN}} = -11.91\%$$

if  $-5\% < E_{AA} < 0\%$  = “GENEROSO”  
 || “ÓPTIMO”  
 else if  $E_{AA} < -5\%$   
 || “GENEROSO”  
 else if  $E_{AA} > 0\%$   
 || “AJUSTAR”

## F. ARMADURA DEL TENSOR

A continuación, se determina el acero de refuerzo requerido por el tensor, para ello se halla el área de acero que se debe proveer.

$$A_S := \frac{T_1}{\phi \cdot f_y} = 0.007 \text{ m}^2$$

$$A_S = 7077.141 \text{ mm}^2$$

Esta área de refuerzo se provee en función del área nominal de acero que tributa cada varilla, estas varillas poseen unas características estándar, según (BAHENA, 2018), de referencia para este caso:

Tabla 3 DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO

DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO					
NÚMERO DE LA BARRA	DIAPMETRO DE REFERENCIA	DIMENSIONES NOMINALES			MASA
		DIÁMETRO	ÁREA	PERÍMETRO	
	IN	mm	mm <sup>2</sup>	mm	kg/m
2	1/4	6,4	32	20	0,250
3	3/8	9,5	71	30	0,560
4	1/2	12,7	129	40	0,994
5	5/8	15,9	199	50	1,552
6	3/4	19,1	284	60	2,235
7	7/8	22,2	387	70	3,042
8	1	25,4	510	80	3,973
9	1 1/8	28,7	645	90	5,060

FUENTE: BAHENA 2018

Para proveer el área de acero requerido se trabajará con el siguiente diámetro de varilla:

$$NO_{VAR} := 8$$

La cual provee un área de:

$$A_{var} := 510 \text{ mm}^2$$

Para ello se requiere la siguiente cantidad de varillas:

$$\#_{var} := \frac{A_s}{A_{var}} = 13.877$$

Por ende, se provee la siguiente cantidad de varillas:

$$\#_{var\_final} := \text{ceil}(\#_{var}) = 14$$

Ahora bien, el área de refuerzo provista final será:

$$A_{S\_final} := A_{var} \cdot \#_{var\_final} = 0.007 \text{ m}^2$$

$$A_{S\_final} = 7140 \text{ mm}^2$$

## G. CUANTÍA DE ACERO EN LA ZONA DEL TENSOR

A continuación, se determina la cuantía de acero que requiere el reticulado en le tensor.

$$\rho_{requerido} := \frac{A_s}{H \cdot e} = 0.00708$$

$$\rho_{final} := \frac{A_{S\_final}}{H \cdot e} = 0.00714$$

## 5.2.2 MODELO COMPUTACIONAL SIMPLIFICADO

El programa de apoyo para realizar el análisis computacional será Sap2000, en su versión número 21.

### A. DEFINICIÓN DE LOS MATERIALES

Se inicia definiendo los parámetros de materiales en el programa, que cumplan con los requerimientos para el diseño de la viga alta.

- Se recomienda usar las unidades en kN-m-C°.
- El concreto se definió como de [3000 psi], este material pre detallado es el más similar al concreto de [21 MPa].
- El acero no se define, ya que, por defecto el acero usado para el módulo de diseño en concreto es estándar, el de resistencia de [420 MPa].
- El factor de diseño en concreto  $\phi = 0.75$ , no se pudo definir, pero es importante recalcar que el programa usa por defecto Euro códigos, por lo que este factor con el que trabaja el programa no es el que interesa, para seguir los parámetros de la ACI, en su momento se indicará para qué se debe tener en cuenta.

### B. DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SHELL

Para el análisis, se usará el método de los elementos finitos, por ello en el programa se definen los elementos tipo Shell.

- La profundidad de estos elementos corresponderá con el espesor de la viga  $[0.5 \text{ m}]$ .
- El material se elegirá en función del concreto, que se definió anteriormente.
- Para las dimensiones del cuadro de Shell, con el que se dibujará la geometría de la viga, será de altura y ancho de  $[0.04 \text{ m}]$ , que corresponde con la proporción de  $\left[\frac{H}{50}\right]$  y  $\left[\frac{L_T}{100}\right]$ . Esta proporción es arbitraria y puede ser más o menos grande, el programa realiza el modelamiento por elementos finitos en el interior del Shell, así que el tamaño no limita el análisis, y los resultados, pero para definir mejor las zonas de cambio de esfuerzos resulta útil tener más elementos Shell que compongan el elemento de análisis.
- El programa pregunta por la definición del Shell, si es de tipo grueso o delgado: delgado si la flexión domina y grueso si las deformaciones por cortante dominan. Para este caso dominan las deformaciones por cortante, además, se usa el criterio de  $\left[\frac{l_{shell}}{h_{shell}} < 20\right]$ , para que se considere grueso, lo que resulta en:  $\left[\frac{0.04 \text{ m}}{0.04 \text{ m}}\right] = [1]$ .
- A continuación, se muestra una captura del programa para la definición de los elementos Shell:

**Ilustración 22 VIGA ALTA-DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SHELL**

FUENTE: LOS AUTORES

### C. DEFINICIÓN DE LAS CARGAS

Se define el patrón de carga como "EXTERNA", esta carga es arbitraria y sin ningún precedente, en la realidad representará la carga última que se calcule que recibirá el elemento, y por cada combinación o estado límite se deberá realizar el análisis de la viga. Debido a que esta viga es un análisis con la finalidad de validación del modelo puntal tensor, la carga puntual se distribuirá en los nodos internos que contempla el ancho de la columna, para no generar los requerimientos que transmite la columna a la viga.

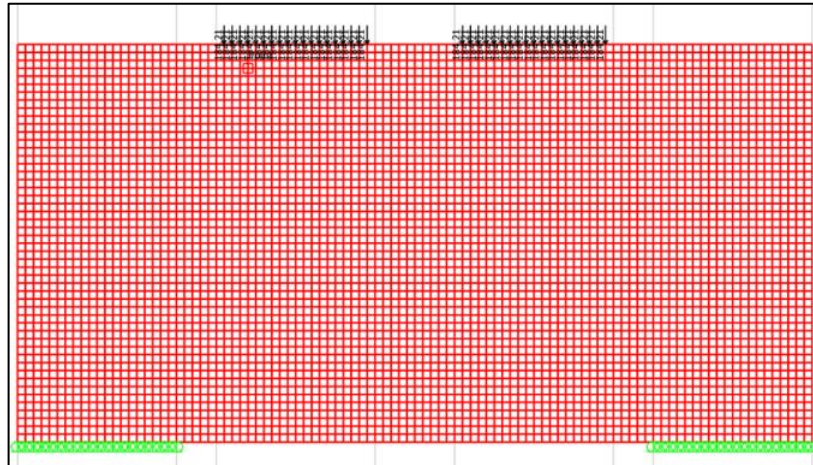
### D. DEFINICIÓN DE LOS APOYOS

En la situación que se encuentra esta viga de análisis, tiene la finalidad de brindar una confirmación al modelo puntal tensor, para que esto se dé, el modelo computacional debe sufrir varias consideraciones, por ello los apoyos no se les permitirá la retención y transmisión de momentos, y se definirá la zona de apoyos con restricciones que corresponden con los de primer género.

### E. MODELO COMPUTACIONAL

A continuación, se muestra cómo se parametrizó la viga alta para realizar el análisis en el programa.

**Ilustración 23 VIGA ALTA-VIGA PARAMETRIZADA-MODELO SIMPLIFICADO**

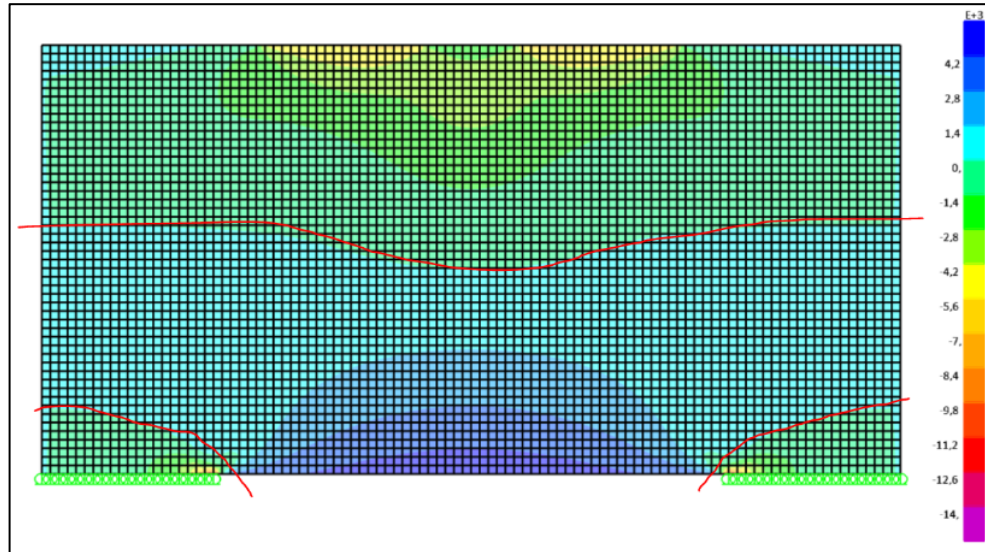


FUENTE: LOS AUTORES

### F. RESULTADOS VISUALES - $[F_{11}]$

A continuación, se muestra el resultado para la carga "1-1", que para efectos prácticos es una fuerza horizontal en el Shell.  $\left[ \frac{kN}{m} \right]$

**Ilustración 24 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES F11-MODELO SIMPLIFICADO**



FUENTE: LOS AUTORES

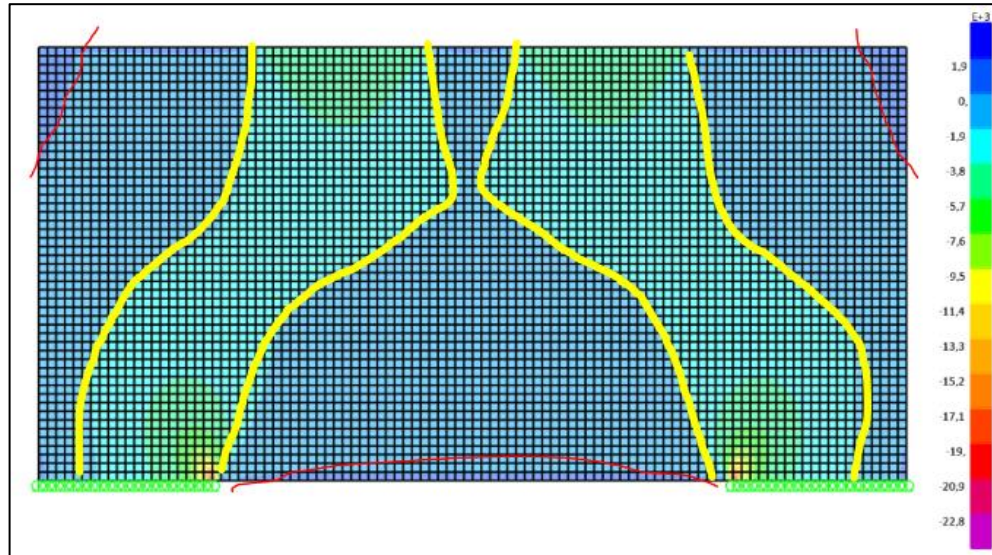
- Esta fuerza es concluyente para definir las zonas a compresión y tensión.
- Como se puede observar, la zona superior a la línea roja, es una zona a compresión, que se distribuye casi en la totalidad de la longitud de la viga, se sabe que es compresión porque estos valores tienden a ser negativos según la escala, lo que indica reducción en el elemento Shell.
- También se observan zonas de compresión sobre los apoyos, que podrían representar las zonas nodales que plantea el modelo puntal tensor.
- También se observa que debajo la línea roja las fuerzas están en escala azul, también casi en la longitud total del miembro, lo que indica que es una zona a tensión.
- La forma en la que se observa que está trabajando la viga, es de una forma muy similar a una viga que cumple la flexión, existe un eje centroidal en el que hay cambio de esfuerzos funcionando como un par de fuerzas para generar la resistencia.

#### G. RESULTADOS VISUALES - $[F_{22}]$

A continuación, se muestra el resultado para la carga "2-2", que para efectos prácticos es una fuerza vertical en el Shell.  $\left[ \frac{kN}{m} \right]$



Ilustración 25 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES F22-MODELO SIMPLIFICADO



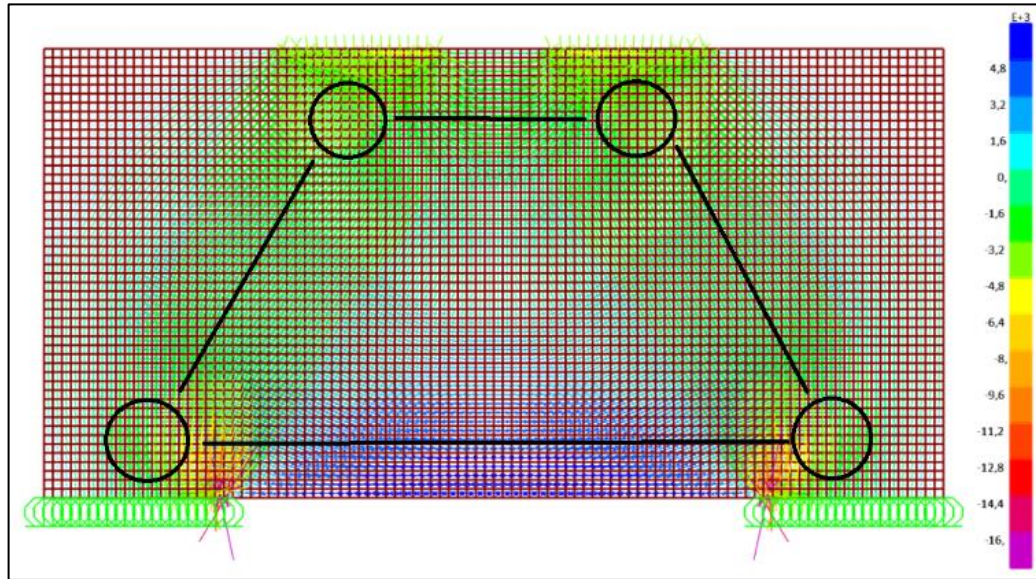
FUENTE: LOS AUTORES

- Esta fuerza es concluyente para definir las zonas a compresión y tensión.
- Como se puede observar, las zonas de las esquinas y en la parte central e inferior de la viga, tienen acciones positivas, lo que indica unas tensiones verticales, las de las esquinas son interesantes de notar, debido a que están poco alteradas, y la zona inferior se deduce que está relacionada esta tensión, con el esfuerzo de tensión transversal.
- En amarillo se observa cómo se forma una primera evidencia de los esfuerzos de compresión y aunque este es un modelo simplificado, se alcanza a definir la zona que posteriormente se conocerá como puntales.
- Es muy importante ver unos sobreesfuerzos que se encuentran en las esquinas de los apoyos, estos no se evidenciarían en el modelo puntal tensor, pero se observa que sufre un acumulamiento de esfuerzos a tener en cuenta.

## H. RESULTADOS VISUALES - FLUJO DE ESFUERZOS

A continuación, se muestra el resultado para la carga máxima, que se encuentra en el Shell.  $\left[ \frac{kN}{m} \right]$  Estos máximos son los esfuerzos que se determinan por el círculo de Mohr, es decir, son los esfuerzos principales a un ángulo determinado en donde el esfuerzo cortante es nulo, por ello el ángulo brinda la dirección con la que van viajando y hacia dónde, las cargas principales.

**Ilustración 26 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES F MAX-MODELO SIMPLIFICADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

- Este flujo de esfuerzos es concluyente para definir el modelo puntal tensor.
- Aquí ya es evidente la similitud del resultado con el modelo puntal tensor, la forma en la que viajan los esfuerzos y las consideraciones que se hacen en el modelo manual.
- Es necesario recalcar que este modelo no corresponde a la realidad común, debido que para este modelo simplificado se tuvieron bastantes simplificaciones para confirmar el modelo manual.
- Es notable, que hay bastantes zonas en blanco, o más tenues, esto es debido a que en estas zonas no se está presentando mayor esfuerzo para los materiales.
- Es de anotar que justo por donde se están presentando los mayores flujos, es por donde el modelo manual generó el reticulado, justo para proveer esas zonas que tiene mayores requerimientos.
- Se debe notar, que, en este modelo simplificado, el apoyo no está funcionando a su máxima capacidad, debido a que las carga que generan los puntales inclinados, tienden a dirigirse a la zona más próxima del apoyo, reduciendo su eficiencia y sobre esforzando una zona específica.

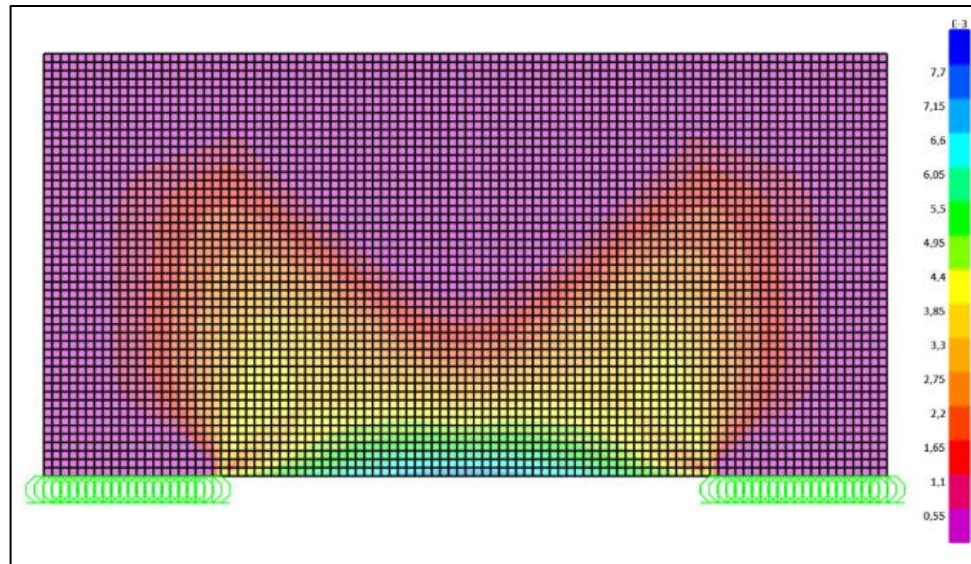


## I. RESULTADOS VISUALES - ARMADURA HORIZONTAL

A continuación, se muestra el resultado para la armadura horizontal que se debe proveer en el Shell.  $\left[ \frac{m^2}{m} \right]$

Esta área de acero que se debe proveer es por una cara del Shell, por ello es necesario que, para una altura dada de la viga, se debe proveer el doble del área que el programa reporta en la escala.

**Ilustración 27 VIGA ALTA-ARMADURA HORIZONTAL-MODELO SIMPLIFICADO**



FUENTE: LOS AUTORES

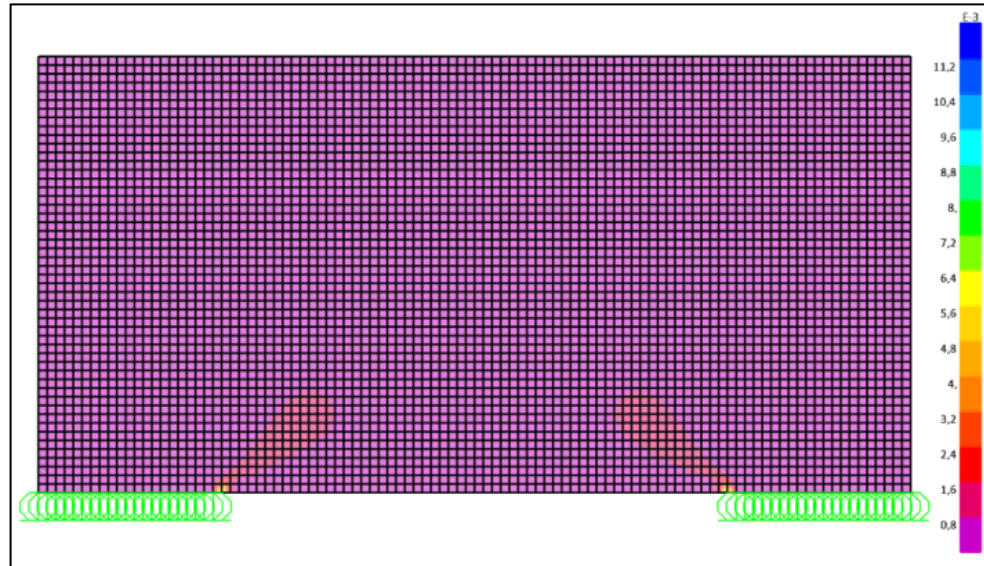
- Se evidencia que la zona que más se debe proveer armadura horizontal es en la zona de la luz, donde se presenta el tensor.
- La siguiente zona que requiere armadura horizontal, es casi a la mitad de la altura de la viga, donde por los esfuerzos de efecto botella que se presenta en los puntales es necesario proveer armadura para soportar estas tensiones, aunque esta área de acero no es extremadamente grande, por lo que con armadura de piel sería suficiente para soportar estas tensiones.

## J. RESULTADOS VISUALES - ARMADURA VERTICAL

A continuación, se muestra el resultado para la armadura vertical que se debe proveer en el Shell.  $\left[ \frac{m^2}{m} \right]$

Esta área de acero que se debe proveer es por una cara del Shell, por ello es necesario que, para una altura dada de la viga, se debe proveer el doble del área que el programa reporta en la escala.

**Ilustración 28 VIGA ALTA-ARMADURA VERTICAL-MODELO SIMPLIFICADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

- Para la armadura vertical, es interesante notar, que no se requiere propiamente armadura de estribos, se requiere una pequeña cuantía sobre los apoyos, pero que puede ser proporcionada por los estribos de piel, esto es debido a que el área de concreto es bastante grande como para aportar en gran medida y disminuir el área requerida de acero.

#### **K. CUANTIFICACIÓN DE LA TENSION Y COMPRESIÓN**

A continuación, se presenta un análisis con respecto a la tensión en la zona inferior y la compresión en la zona superior con el fin de comparar cuantitativamente estos resultados con el modelo puntal tensor. Sap2000 permite extraer información de una sección, para este caso serán los nodos en la zona central de arriba hacia abajo, estos datos se extraen y consolidan y a continuación son presentados:

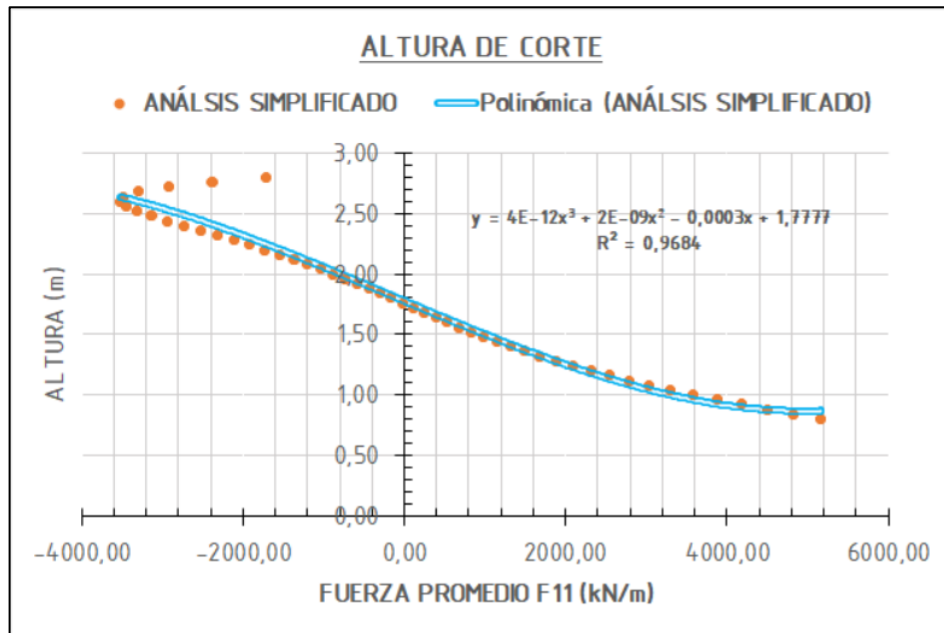
**Tabla 4 VIGA ALTA-CUANTIFICACIÓN DE LA TENSIÓN Y COMPRESIÓN-MODELO SIMPLIFICADO**

ANÁLISIS SIMPLIFICADO				ANÁLISIS SIMPLIFICADO			
Joint	GlobalZ	GlobalX	F11	Joint	GlobalZ	GlobalX	F11
Text	m	m	KN/m	Text	m	m	KN/m
2566	0,80	2,00	5166,40	2591	1,80	2,00	-161,02
2617	0,80	2,04	5166,22	2643	1,84	2,04	-299,72
2618	0,84	2,04	4821,71	2592	1,84	2,00	-298,89
2567	0,84	2,00	4821,60	2644	1,88	2,04	-439,63
2619	0,88	2,04	4494,81	2593	1,88	2,00	-438,70
2568	0,88	2,00	4494,69	2645	1,92	2,04	-582,37
2620	0,92	2,04	4179,18	2594	1,92	2,00	-581,31
2569	0,92	2,00	4179,07	2646	1,96	2,04	-728,79
2621	0,96	2,04	3875,25	2595	1,96	2,00	-727,58
2570	0,96	2,00	3875,13	2647	2,00	2,04	-879,73
2622	1,00	2,04	3583,26	2596	2,00	2,00	-878,35
2571	1,00	2,00	3583,16	2648	2,04	2,04	-1035,96
2623	1,04	2,04	3303,56	2597	2,04	2,00	-1034,37
2572	1,04	2,00	3303,45	2649	2,08	2,04	-1198,21
2624	1,08	2,04	3036,14	2598	2,08	2,00	-1196,37
2573	1,08	2,00	3036,06	2650	2,12	2,04	-1367,05
2625	1,12	2,04	2781,15	2599	2,12	2,00	-1364,92
2574	1,12	2,00	2781,08	2651	2,16	2,04	-1543,03
2626	1,16	2,04	2538,32	2600	2,16	2,00	-1540,54
2575	1,16	2,00	2538,30	2652	2,20	2,04	-1726,38
2627	1,20	2,04	2307,57	2601	2,20	2,00	-1723,46
2576	1,20	2,00	2307,56	2653	2,24	2,04	-1917,22
2628	1,24	2,04	2088,36	2602	2,24	2,00	-1913,78
2577	1,24	2,00	2088,40	2654	2,28	2,04	-2115,09
2629	1,28	2,04	1880,38	2603	2,28	2,00	-2111,05
2578	1,28	2,00	1880,44	2655	2,32	2,04	-2319,26
2630	1,32	2,04	1682,87	2604	2,32	2,00	-2314,47
2579	1,32	2,00	1682,99	2656	2,36	2,04	-2527,90
2631	1,36	2,04	1495,32	2605	2,36	2,00	-2522,27
2580	1,36	2,00	1495,47	2657	2,40	2,04	-2738,27
2632	1,40	2,04	1316,83	2606	2,40	2,00	-2731,61
2581	1,40	2,00	1317,03	2658	2,44	2,04	-2945,70
2633	1,44	2,04	1146,72	2607	2,44	2,00	-2937,93
2582	1,44	2,00	1146,95	2659	2,48	2,04	-3142,75
2634	1,48	2,04	983,98	2608	2,48	2,00	-3133,80
2583	1,48	2,00	984,27	2660	2,52	2,04	-3318,41
2635	1,52	2,04	827,84	2609	2,52	2,00	-3308,38
2584	1,52	2,00	828,17	2661	2,56	2,04	-3453,66
2636	1,56	2,04	677,26	2610	2,56	2,00	-3443,15
2585	1,56	2,00	677,63	2662	2,60	2,04	-3524,07
2637	1,60	2,04	531,38	2611	2,60	2,00	-3514,07
2586	1,60	2,00	531,79	2663	2,64	2,04	-3684,31
2638	1,64	2,04	389,15	2612	2,64	2,00	-3477,22
2587	1,64	2,00	389,63	2664	2,68	2,04	-3299,65
2639	1,68	2,04	249,71	2613	2,68	2,00	-3294,72
2588	1,68	2,00	250,24	2665	2,72	2,04	-2923,97
2640	1,72	2,04	112,02	2614	2,72	2,00	-2923,91
2589	1,72	2,00	112,62	2666	2,76	2,04	-2382,07
2641	1,76	2,04	-24,81	2615	2,76	2,00	-2381,54
2590	1,76	2,00	-24,15	2667	2,80	2,04	-1720,53
2642	1,80	2,04	-161,76	2616	2,80	2,00	-1714,50

FUENTE: LOS AUTORES

Estos datos se grafican, tomando como el eje  $[y]$ , a las alturas del nodo, de esa forma en una regresión polinómica en Excel se obtiene la ecuación de ajuste, de la que se despeja el corte con el eje  $[y]$ . Este corte representará la altura en la que el esfuerzo es cero, y donde precisamente se genera el cambio de compresión a tensión.

Gráfica 1 VIGA ALTA-ALTURA DE CORTE-MODELO SIMPLIFICADO



FUENTE: LOS AUTORES

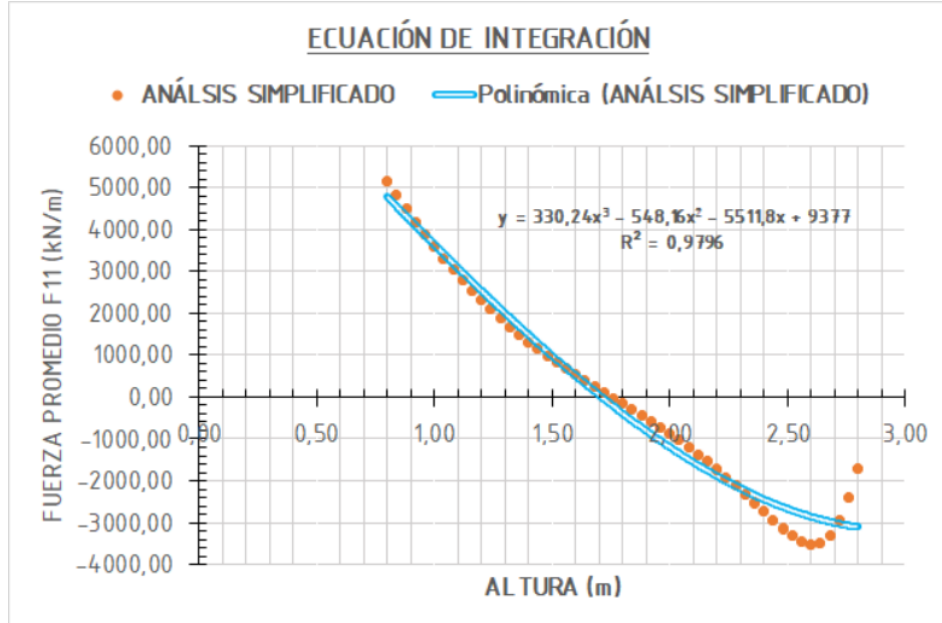
Altura de corte:  $c := 1.777 \text{ m}$

- Es interesante notar que los esfuerzos (en naranja) en la zona alta de la viga, que se encuentra a compresión, también desarrollan el bloque de compresión teórico como en los elementos sometidos a flexión.
- Se evidencia una parábola en la zona a compresión, esto es debido a qué, la carga de la columna busca profundizar su carga, por ello en las primeras alturas no tiene un gran requerimiento por compresión.
- Esta regresión es útil para determinar de manera tacita el punto de corte.
- Se muestra en el grafico el valor del  $[R^2]$ , que denota altísima correlación de los datos con la regresión.

Ahora, los mismos datos, se grafican tomando como el eje  $[y]$ , a las cargas por nodo, de esa forma en otra regresión en Excel se obtiene la ecuación de ajuste,

esta servirá para hallar el área bajo la curva, que será la fuerza acumulada de tensión y compresión, según los límites de la zona a compresión y tensión.

Gráfica 2 VIGA ALTA-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-MODELO SIMPLIFICADO



FUENTE: LOS AUTORES

Para la compresión los límites serán:

- Límite superior:  $L_{sc} := 2.8 \text{ m}$
- Límite inferior:  $c = 1.777 \text{ m}$

$$x := L_{sc} \cdot \frac{1}{\text{m}} = 2.8$$

$$F_{cs} := \frac{330.24 \cdot x^4}{4} - \frac{548.16 \cdot x^3}{3} - \frac{5511.8 \cdot x^2}{2} + 9377 \cdot x = 5712.874$$

$$x := c \cdot \frac{1}{\text{m}} = 1.777$$

$$F_{ci} := \frac{330.24 \cdot x^4}{4} - \frac{548.16 \cdot x^3}{3} - \frac{5511.8 \cdot x^2}{2} + 9377 \cdot x = 7758.476$$

$$F_c := (F_{cs} - F_{ci}) \cdot \text{kN} = -2045.602 \text{ kN} \quad \text{[NEGATIVO COMPRESIÓN]}$$

Para la tensión los límites serán:

- Límite superior:  $c = 1.777 \text{ m}$
- Límite inferior:  $L_{it} := 0.8 \text{ m}$

$$x := c \cdot \frac{1}{m} = 1.777$$

$$F_{ts} := \frac{330.24 \cdot x^4}{4} - \frac{548.16 \cdot x^3}{3} - \frac{5511.8 \cdot x^2}{2} + 9377 \cdot x = 7758.476$$

$$x := L_{it} \cdot \frac{1}{m} = 0.8$$

$$F_{ti} := \frac{330.24 \cdot x^4}{4} - \frac{548.16 \cdot x^3}{3} - \frac{5511.8 \cdot x^2}{2} + 9377 \cdot x = 5678.088$$

$$F_t := (F_{ts} - F_{ti}) \cdot kN = 2080.388 \text{ kN} \quad [\text{POSITIVO TENSION}]$$

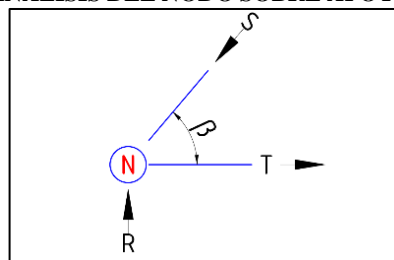
## L. CUANTIFICACIÓN DEL ÁNGULO Y CARGA DEL PUNTAL INCLINADO

A continuación, se presenta un análisis subjetivo, realizado con el fin de hallar un ángulo y una carga comparativa del puntal inclinado. Este análisis no pretende cuantificar estas magnitudes de manera exacta, debido a lo complejo que resulta determinar estas dos características por estar inclinados. Pero pretende generar una metodología, la cual se acerca en gran medida a los resultados esperados, por ello, aunque los resultados no sean exactos, puede servir de comparación y control para generar un análisis de resultados.

Estas magnitudes, del puntal y el ángulo, están basadas en las fuerzas de compresión y tensión previamente calculadas, debido a que estas fuerzas se generan por la existencia de la carga del puntal, por ello, se puede despejar la magnitud de la carga y su dirección, para que se cumplan los esfuerzos de tensión y compresión que han resultado, esto por cada nodo.

- Análisis del nodo sobre apoyo.  
Por el método de las secciones, se determinan las cargas axiales de los miembros, de las cuales se conoce la carga que transmite el apoyo y la carga de tensión que hay en este nodo, por lo que se despeja la carga en el puntal y su dirección.

Ilustración 29 VIGA ALTA-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-MODELO SIMPLIFICADO



FUENTE: LOS AUTORES

- Reacción:  $R := P_c = 3500 \text{ kN}$
- Tensión:  $T := F_t = 2080.388 \text{ kN}$
- Carga del puntal:  $S := \text{kN}$
- Inclinación:  $\beta := ^\circ$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[y]$ , se tiene:

$$E_1 := 0 = R - S \cdot \sin(\beta)$$

Despejando a  $[S]$ :

$$S := \frac{R}{\sin(\beta)}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[x]$ , se tiene:

$$E_2 := 0 = T - S \cdot \cos(\beta)$$

Reemplazando a  $[S]$ , se tiene:

$$E_2 := 0 = T - \frac{R}{\sin(\beta)} \cdot \cos(\beta)$$

Y despejando a  $[\beta]$ :

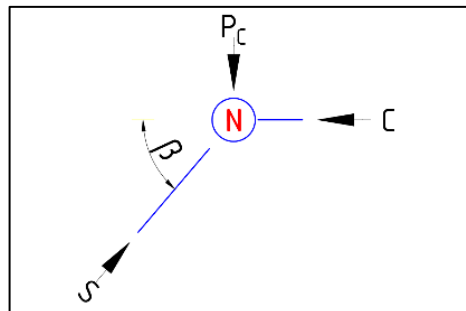
$$\beta := \text{atan}\left(\frac{R}{T}\right) = 59.273^\circ$$

Y calculando la carga del puntal  $[S]$ :

$$S := \frac{R}{\sin(\beta)} = 4071.611 \text{ kN}$$

- Análisis del nodo bajo la columna.  
Por el método de las secciones, se determinan las cargas axiales de los miembros, de las cuales se conoce la carga que transmite la columna y la carga de compresión que hay en este nodo, por lo que se despeja la carga en el puntal y su dirección.

**Ilustración 30 VIGA ALTA-ANÁLISIS DEL NODO BAJO COLUMNA-MODELO SIMPLIFICADO**



FUENTE: LOS AUTORES



- Carga:  $P_c = 3500 \text{ kN}$
- Compresión:  $C := F_c = -2045.602 \text{ kN}$
- Carga del puntal:  $S := \text{kN}$
- Inclinación:  $\beta := ^\circ$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[y]$ , se tiene:

$$E_1 := 0 = P_c - S \cdot \sin(\beta)$$

Despejando a  $[S]$ :

$$S := \frac{P_c}{\sin(\beta)}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[x]$ , se tiene:

$$E_2 := 0 = C - S \cdot \cos(\beta)$$

Reemplazando a  $[S]$ , se tiene:

$$E_2 := 0 = C - \frac{P_c}{\sin(\beta)} \cdot \cos(\beta)$$

Y despejando a  $[\beta]$ :

$$\beta := \text{atan}\left(\frac{P_c}{C}\right) = -59.696^\circ$$

Y calculando la carga del puntal  $[S]$ :

$$S := \frac{R}{\sin(\beta)} = -4053.947 \text{ kN}$$

## M. CUANTIFICACIÓN DE LA CUANTÍA DE ACERO

A continuación, se presenta un análisis subjetivo, realizado con el fin de hallar una cuantía de acero requerida por la zona a tensión.

Sap2000 reporta los valores de  $[A_s]$  requerido, por la cara del Shell, pero no permite extraer información en tablas, por ello basados en las fuerzas  $[F_{11}]$  se determinará manualmente el acero que se debe proveer, este acero se calcula con factores del Euro Código en el que está basado el programa, la siguiente ecuación:

$$F_{11} := \text{kN}$$

$$A_{s.SAP} := \frac{F_{11}}{0.9 \cdot f_y}$$



Como se evidencia, el programa tiene menor margen de seguridad, la ACI recomienda el factor  $\phi$  que se indicó al inicio en los requerimientos, por ello, en los datos consolidados se evaluará el  $[As]$  con la ecuación del Euro Código y manualmente se verificará que cumpla con lo resultante en el modelo y se procederá a realizar el cálculo del  $[As]$  por la ACI, que será con el que se verificará contra el modelo puntal tensor, los resultados consolidados son los siguientes.

Tabla 5 VIGA ALTA-CUANTIFICACIÓN DE LA CUANTÍA-MODELO SIMPLIFICADO

CUANTÍA DE ACERO					
Joint	GlobalZ	GlobalX	F11	As SAP	As SAP (ACI)
Text	m	m	KN/m	m <sup>2</sup> /m	m <sup>2</sup> /m
2566	0,80	2,00	5166,40	0,013668	0,016401
2617	0,80	2,04	5166,22	0,013667	0,016401
2618	0,84	2,04	4821,71	0,012756	0,015307
2567	0,84	2,00	4821,60	0,012756	0,015307
2619	0,88	2,04	4494,81	0,011891	0,014269
2568	0,88	2,00	4494,69	0,011891	0,014269
2620	0,92	2,04	4179,18	0,011056	0,013267
2569	0,92	2,00	4179,07	0,011056	0,013267
2621	0,96	2,04	3875,25	0,010252	0,012302
2570	0,96	2,00	3875,13	0,010252	0,012302
2622	1,00	2,04	3583,26	0,009480	0,011375
2571	1,00	2,00	3583,16	0,009479	0,011375
2623	1,04	2,04	3303,56	0,008740	0,010487
2572	1,04	2,00	3303,45	0,008739	0,010487
2624	1,08	2,04	3036,14	0,008032	0,009639
2573	1,08	2,00	3036,06	0,008032	0,009638
2625	1,12	2,04	2781,15	0,007358	0,008829
2574	1,12	2,00	2781,08	0,007357	0,008829
2626	1,16	2,04	2538,32	0,006715	0,008058
2575	1,16	2,00	2538,30	0,006715	0,008058
2627	1,20	2,04	2307,57	0,006105	0,007326
2576	1,20	2,00	2307,56	0,006105	0,007326
2628	1,24	2,04	2088,36	0,005525	0,006630
2577	1,24	2,00	2088,40	0,005525	0,006630
2629	1,28	2,04	1880,38	0,004975	0,005969
2578	1,28	2,00	1880,44	0,004975	0,005970
2630	1,32	2,04	1682,87	0,004452	0,005342
2579	1,32	2,00	1682,99	0,004452	0,005343
2631	1,36	2,04	1495,32	0,003956	0,004747
2580	1,36	2,00	1495,47	0,003956	0,004748
2632	1,40	2,04	1316,83	0,003484	0,004180
2581	1,40	2,00	1317,03	0,003484	0,004181
2633	1,44	2,04	1146,72	0,003034	0,003640
2582	1,44	2,00	1146,95	0,003034	0,003641
2634	1,48	2,04	983,98	0,002603	0,003124
2583	1,48	2,00	984,27	0,002604	0,003125
2635	1,52	2,04	827,84	0,002190	0,002628
2584	1,52	2,00	828,17	0,002191	0,002629
2636	1,56	2,04	677,26	0,001792	0,002150
2585	1,56	2,00	677,63	0,001793	0,002151
2637	1,60	2,04	531,38	0,001406	0,001687
2586	1,60	2,00	531,79	0,001407	0,001688

FUENTE: LOS AUTORES

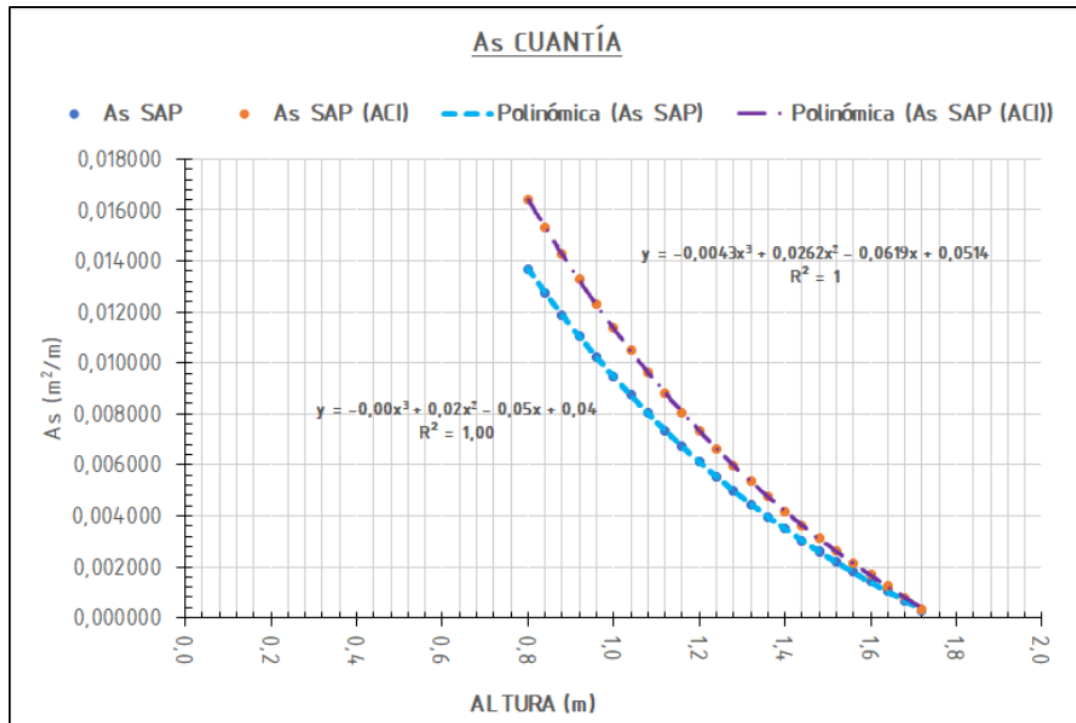
Tabla 6 (CONTINUACIÓN)VIGA ALTA-CUANTIFICACIÓN DE LA CUANTÍA-MODELO SIMPLIFICADO

2638	1,64	2,04	389,15	0,001029	0,001235
2587	1,64	2,00	389,63	0,001031	0,001237
2639	1,68	2,04	249,71	0,000661	0,000793
2588	1,68	2,00	250,24	0,000662	0,000794
2640	1,72	2,04	112,02	0,000296	0,000356
2589	1,72	2,00	112,62	0,000298	0,000358

FUENTE: LOS AUTORES

Es evidente que los cálculos solo se realizan hasta la zona que se encuentra a tensión, la parte inferior media de la viga. A continuación, se muestran estos datos graficados y sus respectivas regresiones, para determinar por integración el área de acero que se debe proveer, solo se calculará el acero a proveer por el resultado de la ACI, que es de interés para este caso.

Gráfica 3 VIGA ALTA-CUANTÍA-MODELO SIMPLIFICADO



FUENTE: LOS AUTORES

Para hallar el  $[A_s]$ , los límites serán:

- Límite superior:  $L_{s,RO} := c = 1.777 \text{ m}$
- Límite inferior:  $L_{i,RO} := L_{it} = 0.8 \text{ m}$

$$x := L_{s,RO} \cdot \frac{1}{m} = 1.777$$

$$A_{S.SAP} := -\frac{0.0043 \cdot x^4}{4} + \frac{0.0262 \cdot x^3}{3} - \frac{0.0619 \cdot x^2}{2} + 0.0514 \cdot x = 0.032$$

$$x := L_{i.RO} \cdot \frac{1}{m} = 0.8$$

$$A_{I.SAP} := -\frac{0.0043 \cdot x^4}{4} + \frac{0.0262 \cdot x^3}{3} - \frac{0.0619 \cdot x^2}{2} + 0.0514 \cdot x = 0.025$$

$$A_{SAP} := (A_{S.SAP} - A_{I.SAP}) \cdot m^2 = 0.00655 \text{ m}^2$$

Y la cuantía de acero será:

$$\rho_{SAP} := \frac{A_{SAP}}{H \cdot e} = 0.00655$$

#### N. ARMADURA DEL TENSOR

A continuación, se transforma esta cuantía, en área de acero a proporcionar, por medio de varillas.

$$A_S := A_{SAP} = 0.007 \text{ m}^2$$

$$A_S = 6549.062 \text{ mm}^2$$

Esta área de refuerzo se provee en función del área nominal de acero que tributa cada varilla, estas varillas poseen unas características estándar, según (BAHENA, 2018), de referencia para este caso:

**Tabla 7 DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO**

DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO					
NÚMERO DE LA BARRA	DIPAMETRO DE REFERENCIA	DIMENSIONES NOMINALES			MASA
		DIÁMETRO	ÁREA	PERÍMETRO	
	IN	mm	mm <sup>2</sup>	mm	kg/m
2	1/4	6,4	32	20	0,250
3	3/8	9,5	71	30	0,560
4	1/2	12,7	129	40	0,994
5	5/8	15,9	199	50	1,552
6	3/4	19,1	284	60	2,235
7	7/8	22,2	387	70	3,042
8	1	25,4	510	80	3,973
9	1 1/8	28,7	645	90	5,060

FUENTE: BAHENA 2018

Para proveer el área de acero requerido se trabajará con el siguiente diámetro de varilla:

$$NO_{VAR} := 8$$

La cual provee un área de:

$$A_{var} := 510 \text{ mm}^2$$

Para ello se requiere la siguiente cantidad de varillas:

$$\#_{var} := \frac{A_s}{A_{var}} = 12.841$$

Por ende, se provee la siguiente cantidad de varillas:

$$\#_{var\_final} := \text{ceil}(\#_{var}) = 13$$

Ahora bien, el área de refuerzo provista final será:

$$A_{S\_final} := A_{var} \cdot \#_{var\_final} = 0.007 \text{ m}^2 \quad A_{S\_final} = 6630 \text{ mm}^2$$

### 5.2.3 MODELO COMPUTACIONAL DETALLADO

El programa de apoyo para realizar el análisis computacional será Sap2000, en su versión número 21.

#### A. DEFINICIÓN DE LOS MATERIALES

Se inicia definiendo los parámetros de materiales en el programa, que cumplan con los requerimientos para el diseño de la viga alta.

- Se recomienda usar las unidades en kN-m-C°.
- El concreto se definió como de  $[3000 \text{ psi}]$ , este material pre detallado es el más similar al concreto de  $[21 \text{ MPa}]$ .
- El acero no se define, ya que, por defecto el acero usado para el módulo de diseño en concreto es estándar, el de resistencia de  $[420 \text{ MPa}]$ .
- El factor de diseño en concreto  $\phi = 0.75$ , no se pudo definir, pero es importante recalcar que el programa usa por defecto Euro códigos, por lo que este factor con el que trabaja el programa no es el que interesa, para seguir los parámetros de la ACI, en su momento se indicará para qué se debe tener en cuenta.

#### B. DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SHELL

Para el análisis, se usará el método de los elementos finitos, por ello en el programa se definen los elementos tipo Shell.

- La profundidad de estos elementos corresponderá con el espesor de la viga  $[0.5 \text{ m}]$ .

- El material se elegirá en función del concreto, que se definió anteriormente.
- Para las dimensiones del cuadro de Shell, con el que se dibujará la geometría de la viga, será de altura y ancho de  $[0.04 \text{ m}]$ , que corresponde con la proporción de  $\left[\frac{H}{50}\right]$  y  $\left[\frac{L_T}{100}\right]$ . Esta proporción es arbitraria y puede ser más o menos grande, el programa realiza el modelamiento por elementos finitos en el interior del Shell, así que el tamaño no limita el análisis, y los resultados, pero para definir mejor las zonas de cambio de esfuerzos resulta útil tener más elementos Shell que compongan el elemento de análisis.
- El programa pregunta por la definición del Shell, si es de tipo grueso o delgado: delgado si la flexión domina y grueso si las deformaciones por cortante dominan. Para este caso dominan las deformaciones por cortante, además, se usa el criterio de  $\left[\frac{l_{shell}}{h_{shell}} < 20\right]$ , para que se considere grueso, lo que resulta en:  $\left[\frac{0.04 \text{ m}}{0.04 \text{ m}}\right] = [1]$ .
- A continuación, se muestra una captura del programa para la definición de los elementos Shell:

**Ilustración 31 VIGA ALTA-DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SHELL**

FUENTE: LOS AUTORES

### C. DEFINICIÓN DE LAS CARGAS

Se define el patrón de carga como "EXTERNA", esta carga es arbitraria y sin ningún precedente, en la realidad representará la carga última que se calcule que recibirá el elemento, y por cada combinación o estado límite se deberá realizar el análisis de la viga. Debido a que esta viga pretende representar con fidelidad las restricciones típicas de estos elementos, la carga puntual se distribuirá en los nodos internos que contempla el ancho de la columna, y anexando un tramo de la columna y del apoyo para este fin.

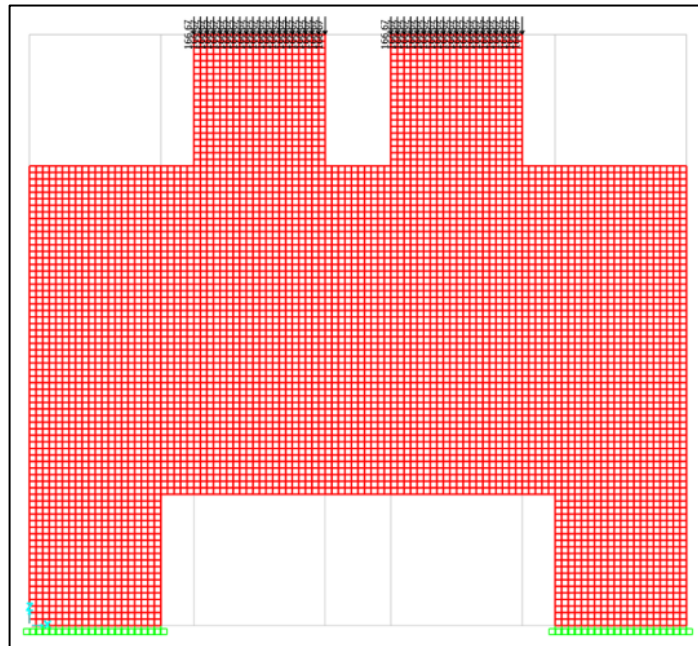
### D. DEFINICIÓN DE LOS APOYOS

En la situación que se encuentra esta viga de análisis, tiene la finalidad de representar con fidelidad las restricciones típicas de estos elementos, para que esto se dé, el modelo computacional ahora considera sus principales restricciones, por ello, los apoyos se les permitirá la retención y transmisión de momentos, y se definirá la zona de apoyos con restricciones que corresponden con los de tercer género.

### E. MODELO COMPUTACIONAL

A continuación, se muestra cómo se parametrizó la viga alta para realizar el análisis en el programa:

**Ilustración 32 VIGA ALTA-VIGA PARAMETRIZADA-MODELO DETALLADO**

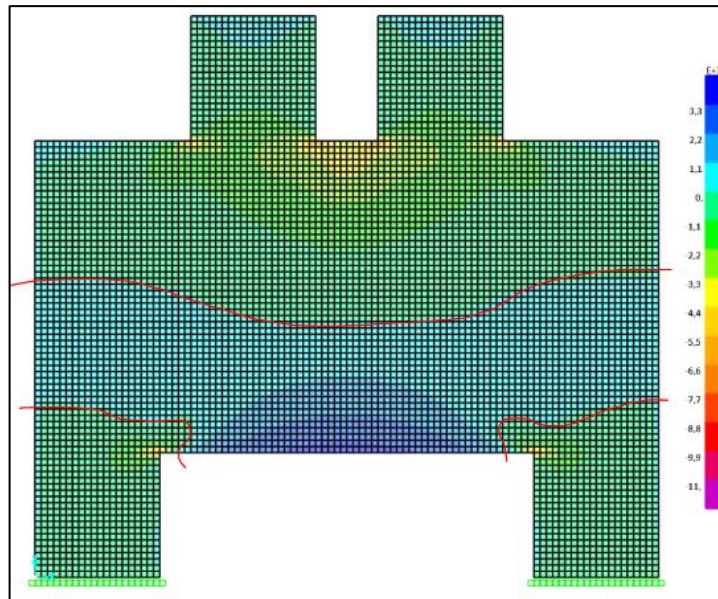


**FUENTE: LOS AUTORES**

## F. RESULTADOS VISUALES - $[F_{11}]$

A continuación, se muestra el resultado para la carga "1-1", que para efectos prácticos es una fuerza horizontal en el Shell.  $\left[ \frac{kN}{m} \right]$

**Ilustración 33 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES F11-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

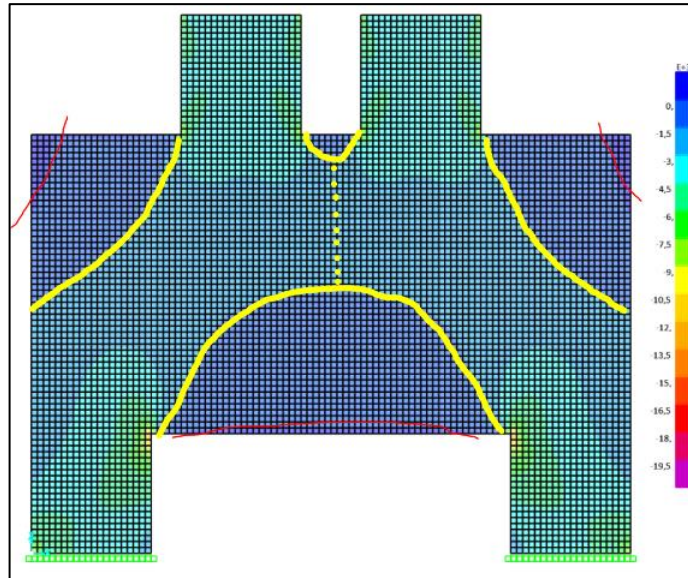
- Esta fuerza es concluyente para definir las zonas a compresión y tensión.
- Como se puede observar, la zona superior a la línea recta roja, es una zona a compresión, que se distribuye casi en la totalidad de la longitud de la viga, se sabe que es compresión porque estos valores tienden a ser negativos según la escala, lo que indica reducción en el elemento Shell.
- También se observan zonas de compresión sobre los apoyos, que podrían representar zonas nodales.
- También se observa que debajo la línea roja las fuerzas están en escala azul, también casi en la longitud total del miembro, lo que indica que es una zona a tensión.
- La forma en la que se observa que está trabajando la viga, es de una forma muy similar a una viga que cumple la flexión, existe un eje centroidal en la que hay cambio de esfuerzos funcionando como un par de fuerzas para generar la resistencia.



## G. RESULTADOS VISUALES - $[F_{22}]$

A continuación, se muestra el resultado para la carga "2-2", que para efectos prácticos es una fuerza vertical en el Shell.  $\left[ \frac{kN}{m} \right]$

**Ilustración 34 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES F22-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

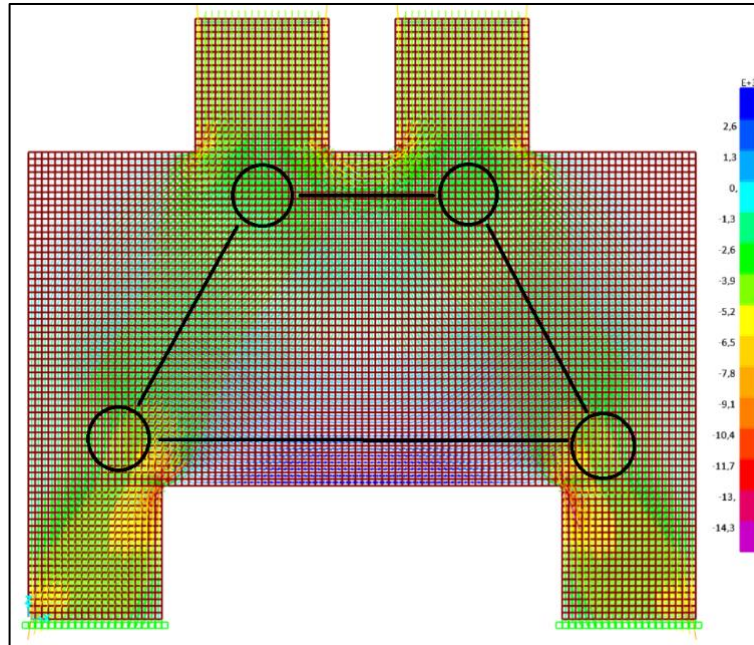
- Esta fuerza es concluyente para definir las zonas a compresión y tensión.
- Como se pudo observar, las zonas de las esquinas y la parte inferior de la viga, tienen acciones positivas, lo que indica unas tensiones verticales, las de las esquinas son interesantes de notar, debido a que están poco alteradas, y la zona inferior se deduce que está relacionada esta tensión, con el esfuerzo de tensión transversal.
- En amarillo se observa como los esfuerzos de compresión pasan casi de forma vertical, formado los puntales, e incluso se observa una zona donde se unen los puntales en una forma de pantalón.
- Es muy importante ver unos sobreesfuerzos que se encuentran en las esquinas de los apoyos, estos no se evidenciarían en el modelo puntal tensor, pero se observa que sufre un acumulamiento de esfuerzos a tener en cuenta.
- También se puede evidenciar, como el efecto de los momentos de los apoyos y columnas afecta, dado que ahora se usa de manera más eficiente y casi en su totalidad el apoyo para resistir las cargas.



## H. RESULTADOS VISUALES - FLUJO DE ESFUERZOS

A continuación, se muestra el resultado para la carga máxima, que se encuentran en el Shell.  $\left[ \frac{kN}{m} \right]$  Estos máximos son los esfuerzos que se determinan por el círculo de Mohr, es decir, son los esfuerzos principales a un ángulo determinado en donde el esfuerzo cortante es nulo, por ello el ángulo brinda la dirección con la que van viajando y hacia donde, las cargas principales.

**Ilustración 35 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES FMAX-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

- Este flujo de esfuerzos es concluyente para definir el modelo puntal tensor.
- Aquí es evidente la similitud del resultado con el modelo puntal tensor, la forma en la que viajan los esfuerzos, se puede notar esfuerzos que en el modelo simplificado no son tan evidentes, como los esfuerzos que acumulan y sostienen los apoyos y las columnas, haciendo que los mayores esfuerzos se concentren en la parte superior.
- Este modelo intenta corresponder a la realidad común, debido que para este modelo si se tuvieron las consideraciones comunes de este tipo de estructuras, principalmente su resistencia a momentos.
- Es notable, que hay bastantes zonas en blanco, o más tenues, esto es debido a que en estas zonas no se está presentando mayor esfuerzo para los materiales.

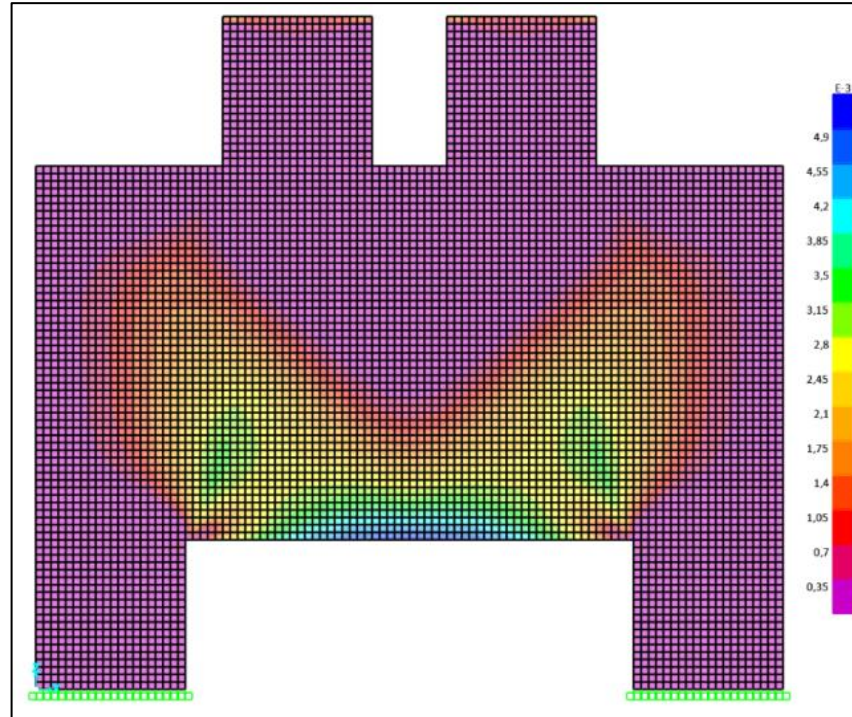
- Es de anotar que justo por donde se están presentando los mayores flujos, es por donde el modelo manual generó el reticulado, justo para proveer esas zonas que tiene mayores requerimientos.

## I. RESULTADOS VISUALES - ARMADURA HORIZONTAL

A continuación, se muestra el resultado para la armadura horizontal que se debe proveer en el Shell.  $\left[ \frac{m^2}{m} \right]$

Esta cuantía de acero que se debe proveer es por una cara del Shell, por ello es necesario que, para una altura dada de la viga, se debe proveer el doble de la cuantía que el programa reporta en la escala.

**Ilustración 36 VIGA ALTA-ARMADURA HORIZONTAL-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

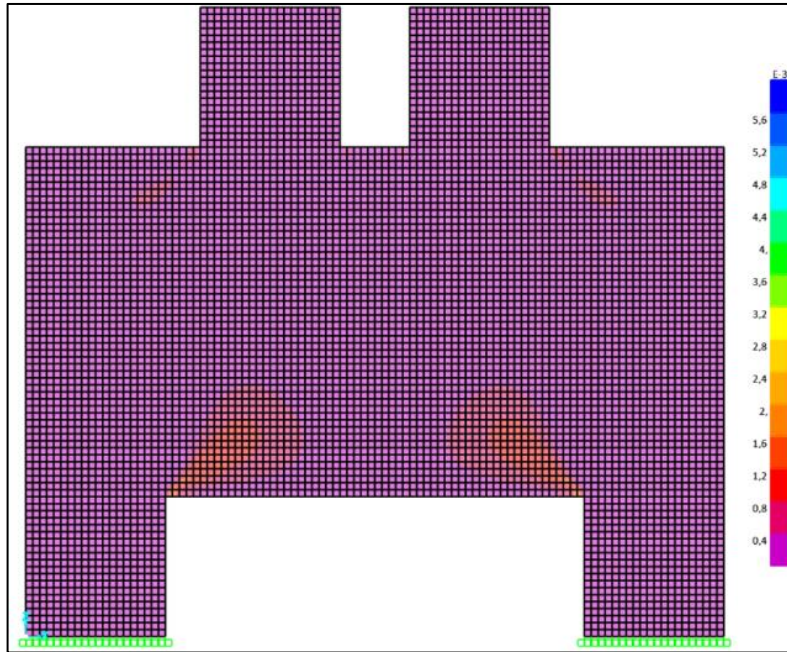
- Se evidencia que la zona que más se debe proveer armadura horizontal es en la zona de la luz, donde se presenta el tensor.
- La siguiente zona que requiere armadura horizontal, es casi a la mitad de la altura de la viga, donde por los esfuerzos de efecto botella que se presenta en los puntales es necesario proveer armadura para soportar estas tensiones, aunque esta cuantía no es extremadamente grande, por lo que con armadura de piel sería suficiente para soportar estas tensiones.

## J. RESULTADOS VISUALES - ARMADURA VERTICAL

A continuación, se muestra el resultado para la armadura vertical que se debe proveer en el Shell.  $\left[ \frac{m^2}{m} \right]$

Esta cuantía de acero que se debe proveer es por una cara del Shell, por ello es necesario que, para una altura dada de la viga, se debe proveer el doble de la cuantía que el programa reporta en la escala.

**Ilustración 37 VIGA ALTA-ARMADURA VERTICAL-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

Para la armadura vertical, es interesante notar, que no se requiere propiamente armadura de estribos, se requiere una pequeña cuantía sobre los apoyos, más que en el modelo simplificado, pero que sigue siendo proporcionado por los estribos de piel, esto es debido a que el área de concreto es bastante grande como para aportar en gran medida y disminuir la cuantía requerida de acero.

## K. CUANTIFICACIÓN DE LA TENSION Y LA COMPRESIÓN

A continuación, se presenta un análisis con respecto a la tensión en la zona inferior y la compresión en la zona superior con el fin de comparar cuantitativamente estos resultados con el modelo puntal tensor. Sap2000 permite extraer información de una sección, para este caso serán los nodos en la zona central de arriba hacia abajo, estos datos extraen y consolidan y a continuación se presentan:

**Tabla 8 VIGA ALTA-CUANTIFICACIÓN DE LA TENSION Y COMPRESIÓN-MODELO DETALLADO**

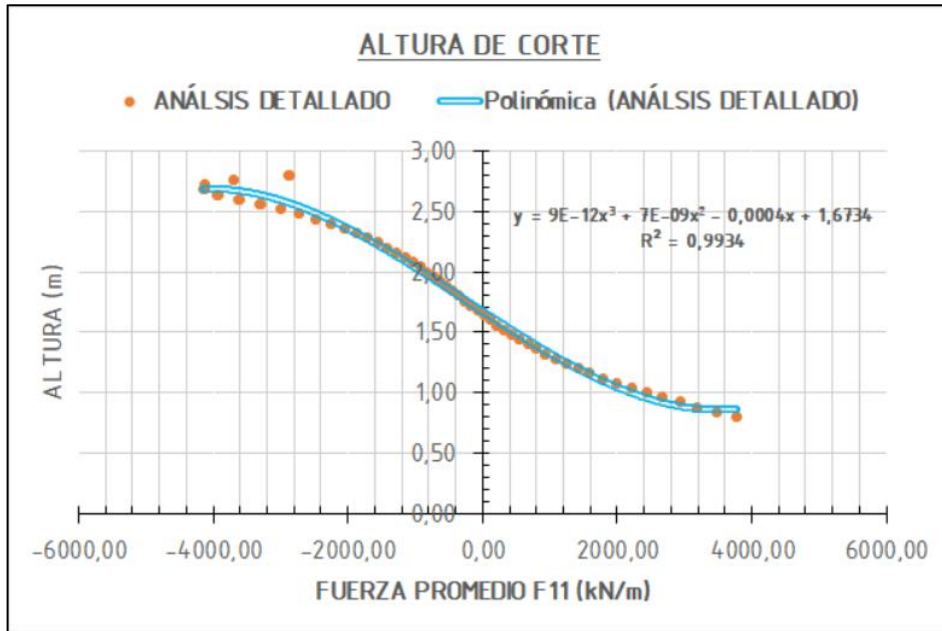
ANÁLISIS DETALLADO				ANÁLISIS DETALLADO			
Joint	GlobalZ	GlobalX	F11	Joint	GlobalZ	GlobalX	F11
Text	m	m	KN/m	Text	m	m	KN/m
9269	0,80	2,00	3774,16	9294	1,80	2,00	-347,22
9320	0,80	2,04	3774,06	9346	1,84	2,04	-438,61
9321	0,84	2,04	3476,36	9295	1,84	2,00	-438,29
9270	0,84	2,00	3476,23	9347	1,88	2,04	-530,91
9322	0,88	2,04	3196,89	9296	1,88	2,00	-530,56
9271	0,88	2,00	3196,76	9348	1,92	2,04	-625,12
9323	0,92	2,04	2930,03	9297	1,92	2,00	-624,75
9272	0,92	2,00	2929,90	9349	1,96	2,04	-722,09
9324	0,96	2,04	2675,92	9298	1,96	2,00	-721,68
9273	0,96	2,00	2675,79	9350	2,00	2,04	-822,56
9325	1,00	2,04	2434,55	9299	2,00	2,00	-822,11
9274	1,00	2,00	2434,45	9351	2,04	2,04	-927,41
9326	1,04	2,04	2206,00	9300	2,04	2,00	-926,89
9275	1,04	2,00	2205,90	9352	2,08	2,04	-1037,47
9327	1,08	2,04	1990,03	9301	2,08	2,00	-1036,87
9276	1,08	2,00	1989,96	9353	2,12	2,04	-1153,74
9328	1,12	2,04	1786,53	9302	2,12	2,00	-1153,03
9277	1,12	2,00	1786,47	9354	2,16	2,04	-1277,23
9329	1,16	2,04	1595,07	9303	2,16	2,00	-1276,37
9278	1,16	2,00	1595,04	9355	2,20	2,04	-1409,17
9330	1,20	2,04	1415,33	9304	2,20	2,00	-1408,09
9279	1,20	2,00	1415,32	9356	2,24	2,04	-1550,91
9331	1,24	2,04	1246,69	9305	2,24	2,00	-1549,54
9280	1,24	2,00	1246,72	9357	2,28	2,04	-1704,08
9332	1,28	2,04	1088,69	9306	2,28	2,00	-1702,29
9281	1,28	2,00	1088,74	9358	2,32	2,04	-1870,68
9333	1,32	2,04	940,54	9307	2,32	2,00	-1868,31
9282	1,32	2,00	940,63	9359	2,36	2,04	-2052,90
9334	1,36	2,04	801,67	9308	2,36	2,00	-2049,73
9283	1,36	2,00	801,77	9360	2,40	2,04	-2253,89
9335	1,40	2,04	671,17	9309	2,40	2,00	-2249,51
9284	1,40	2,00	671,31	9361	2,44	2,04	-2476,31
9336	1,44	2,04	548,40	9310	2,44	2,00	-2470,31
9285	1,44	2,00	548,55	9362	2,48	2,04	-2724,75
9337	1,48	2,04	432,42	9311	2,48	2,00	-2716,30
9286	1,48	2,00	432,60	9363	2,52	2,04	-3000,11
9338	1,52	2,04	322,51	9312	2,52	2,00	-2988,52
9287	1,52	2,00	322,71	9364	2,56	2,04	-3306,50
9339	1,56	2,04	217,73	9313	2,56	2,00	-3290,38
9288	1,56	2,00	217,96	9365	2,60	2,04	-3627,30
9340	1,60	2,04	117,38	9314	2,60	2,00	-3606,78
9289	1,60	2,00	117,61	9366	2,64	2,04	-3950,55
9341	1,64	2,04	20,51	9315	2,64	2,00	-3926,89
9290	1,64	2,00	20,77	9367	2,68	2,04	-4149,57
9342	1,68	2,04	-73,58	9316	2,68	2,00	-4134,61
9291	1,68	2,00	-73,32	9368	2,72	2,04	-4135,30
9343	1,72	2,04	-165,79	9317	2,72	2,00	-4122,22
9292	1,72	2,00	-165,51	9369	2,76	2,04	-3699,99
9344	1,76	2,04	-256,82	9318	2,76	2,00	-3702,76
9293	1,76	2,00	-256,53	9370	2,80	2,04	-2860,31
9345	1,80	2,04	-347,53	9319	2,80	2,00	-2887,40

FUENTE: LOS AUTORES



Estos datos se grafican, tomando como el eje  $[y]$ , a las alturas del nodo, de esa forma en una regresión polinómica en Excel se obtiene la ecuación de ajuste, de la que se despeja el corte con el eje  $[y]$ . Este corte representará la altura en la que el esfuerzo es cero, y donde precisamente se genera el cambio de compresión a tensión.

Gráfica 4 VIGA ALTA-ALTURA DE CORTE-MODELO DETALLADO



FUENTE: LOS AUTORES

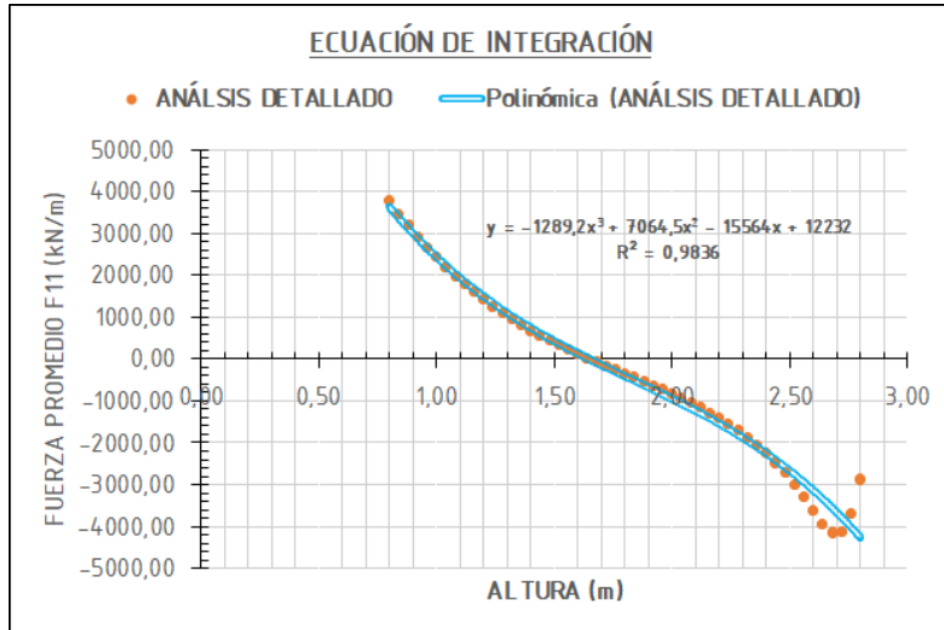
Altura de corte:  $c := 1.6734 \text{ m}$

- Es interesante notar que los esfuerzos (en naranja) en la zona alta de la viga, que se encuentra a compresión, también desarrollan el bloque de compresión teórico como en los elementos sometidos a flexión.
- Se evidencia una parábola en la zona a compresión, esto es debido a qué, la carga de la columna busca profundizar su carga, por ello en las primeras alturas no tiene un gran requerimiento por compresión.
- Esta regresión es útil para determinar de manera tacita el punto de corte.
- Se muestra en el grafico el valor del  $[R^2]$ , que denota altísima correlación de los datos con la regresión.

Ahora, los mismos datos, se grafican tomando como el eje  $[y]$ , a las cargas por nodo, de esa forma en otra regresión en Excel se obtiene la ecuación de ajuste,

esta servirá para hallar el área bajo la curva, que será la fuerza acumulada de tensión y compresión, según los límites de la zona a compresión y tensión.

Gráfica 5 VIGA ALTA-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-MODELO DETALLADO



FUENTE: LOS AUTORES

Para la compresión los límites serán:

- Límite superior:  $L_{sc} := 2.8 \text{ m}$
- Límite inferior:  $c = 1.673 \text{ m}$

$$x := L_{sc} \cdot \frac{1}{\text{m}} = 2.8$$

$$F_{cs} := -\frac{1289.2 \cdot x^4}{4} + \frac{7064.5 \cdot x^3}{3} - \frac{15564 \cdot x^2}{2} + 12232 \cdot x = 5121.658$$

$$x := c \cdot \frac{1}{\text{m}} = 1.673$$

$$F_{ci} := -\frac{1289.2 \cdot x^4}{4} + \frac{7064.5 \cdot x^3}{3} - \frac{15564 \cdot x^2}{2} + 12232 \cdot x = 7184.705$$

$$F_c := (F_{cs} - F_{ci}) \cdot \text{kN} = -2063.046 \text{ kN} \quad \text{[NEGATIVO COMPRESIÓN]}$$

Para la tensión los límites serán:

- Límite superior:  $c = 1.673 \text{ m}$
- Límite inferior:  $L_{it} := 0.8 \text{ m}$

$$x := c \cdot \frac{1}{m} = 1.673$$

$$F_{ts} := -\frac{1289.2 \cdot x^4}{4} + \frac{7064.5 \cdot x^3}{3} - \frac{15564 \cdot x^2}{2} + 12232 \cdot x = 7184.705$$

$$x := L_{it} \cdot \frac{1}{m} = 0.8$$

$$F_{ti} := -\frac{1289.2 \cdot x^4}{4} + \frac{7064.5 \cdot x^3}{3} - \frac{15564 \cdot x^2}{2} + 12232 \cdot x = 5878.781$$

$$F_t := (F_{ts} - F_{ti}) \cdot kN = 1305.924 \text{ kN} \quad [\text{POSITIVO TENSION}]$$

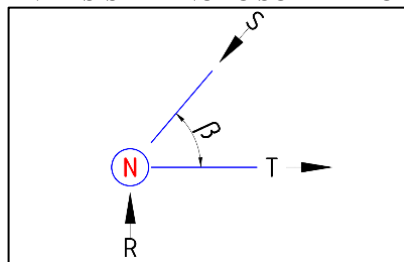
## L. CUANTIFICACIÓN DEL ÁNGULO Y CARGA DEL PUNTAL INCLINADO

A continuación, se presenta un análisis subjetivo, realizado con el fin de hallar un ángulo y una carga comparativa del puntal inclinado. Este análisis no pretende cuantificar estas magnitudes de manera exacta, debido a lo complejo que resulta determinar estas dos características por estar inclinados. Pero pretende generar una metodología, la cual se acerca en gran medida a los resultados esperados, por ello, aunque los resultados no sean exactos, puede servir de comparación y control para generar un análisis de resultados.

Estas magnitudes, del puntal y el ángulo, están basadas en las fuerzas de compresión y tensión previamente calculadas, debido a que estas fuerzas se generan por la existencia de la carga del puntal, por ello, se puede despejar la magnitud de la carga y su dirección, para que se cumplan los esfuerzos de tensión y compresión que han resultado, esto por cada nodo.

- Análisis del nodo sobre apoyo.  
Por el método de las secciones, se determinan las cargas axiales de los miembros, de las cuales se conoce la carga que transmite el apoyo y la carga de tensión que hay en este nodo, por lo que se despeja la carga en el puntal y su dirección.

**Ilustración 38 VIGA ALTA-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

- Reacción:  $R := P_c = 3500 \text{ kN}$
- Tensión:  $T := F_t = 1305.924 \text{ kN}$
- Carga del puntal:  $S := \text{kN}$
- Inclinación:  $\beta := ^\circ$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[y]$ , se tiene:

$$E_1 := 0 = R - S \cdot \sin(\beta)$$

Despejando a  $[S]$ :

$$S := \frac{R}{\sin(\beta)}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[x]$ , se tiene:

$$E_2 := 0 = T - S \cdot \cos(\beta)$$

Reemplazando a  $[S]$ , se tiene:

$$E_2 := 0 = T - \frac{R}{\sin(\beta)} \cdot \cos(\beta)$$

Y despejando a  $[\beta]$ :

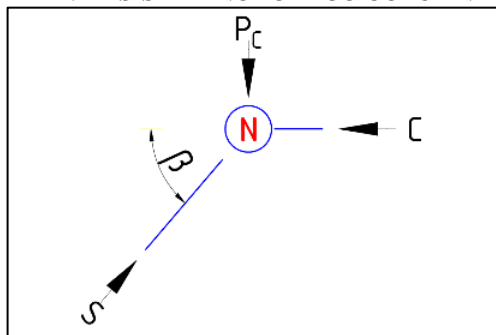
$$\beta := \text{atan}\left(\frac{R}{T}\right) = 69.538^\circ$$

Y calculando la carga del puntal  $[S]$ :

$$S := \frac{R}{\sin(\beta)} = 3735.698 \text{ kN}$$

- Análisis del nodo bajo la columna.  
Por el método de las secciones, se determinan las cargas axiales de los miembros, de las cuales se conoce la carga que transmite la columna y la carga de compresión que hay en este nodo, por lo que se despeja la carga en el puntal y su dirección.

Ilustración 39 VIGA ALTA-ANÁLISIS DEL NODO BAJO COLUMNA-MODELO DETALLADO



FUENTE: LOS AUTORES



- Carga:  $P_c = 3500 \text{ kN}$
- Compresión:  $C := F_c = -2063.046 \text{ kN}$
- Carga del puntal:  $S := \text{kN}$
- Inclinación:  $\beta := ^\circ$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[y]$ , se tiene:

$$E_1 := 0 = P_c - S \cdot \sin(\beta)$$

Despejando a  $[S]$ :

$$S := \frac{P_c}{\sin(\beta)}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[x]$ , se tiene:

$$E_2 := 0 = C - S \cdot \cos(\beta)$$

Reemplazando a  $[S]$ , se tiene:

$$E_2 := 0 = C - \frac{P_c}{\sin(\beta)} \cdot \cos(\beta)$$

Y despejando a  $[\beta]$ :

$$\beta := \text{atan}\left(\frac{P_c}{C}\right) = -59.483^\circ$$

Y calculando la carga del puntal  $[S]$ :

$$S := \frac{R}{\sin(\beta)} = -4062.777 \text{ kN}$$

## M. CUANTIFICACIÓN DE LA CUANTÍA DE ACERO

A continuación, se presenta un análisis subjetivo, realizado con el fin de hallar una cuantía de acero requerida por la zona a tensión.

Sap2000 reporta los valores de  $[A_s]$  requerido, por la cara del Shell, pero no permite extraer información en tablas, por ello basados en las fuerzas  $[F_{11}]$  se determinará manualmente el acero que se debe proveer, este acero se calcula con factores del Euro Código en el que está basado el programa, la siguiente ecuación:

$$F_{11} := \text{kN} \quad A_{s.SAP} := \frac{F_{11}}{0.9 \cdot f_y}$$

Como se evidencia, el programa tiene menor margen de seguridad, la ACI recomienda el factor  $\phi$  que se indicó al inicio en los requerimientos, por ello, en

los datos consolidados se evaluará el  $[As]$  con la ecuación del Euro Código y manualmente se verificará que cumpla con lo resultante en el modelo y se procederá a realizar el cálculo del  $[As]$  por la ACI, que será con el que se verificará contra el modelo puntal tensor, los resultados consolidados son los siguientes.

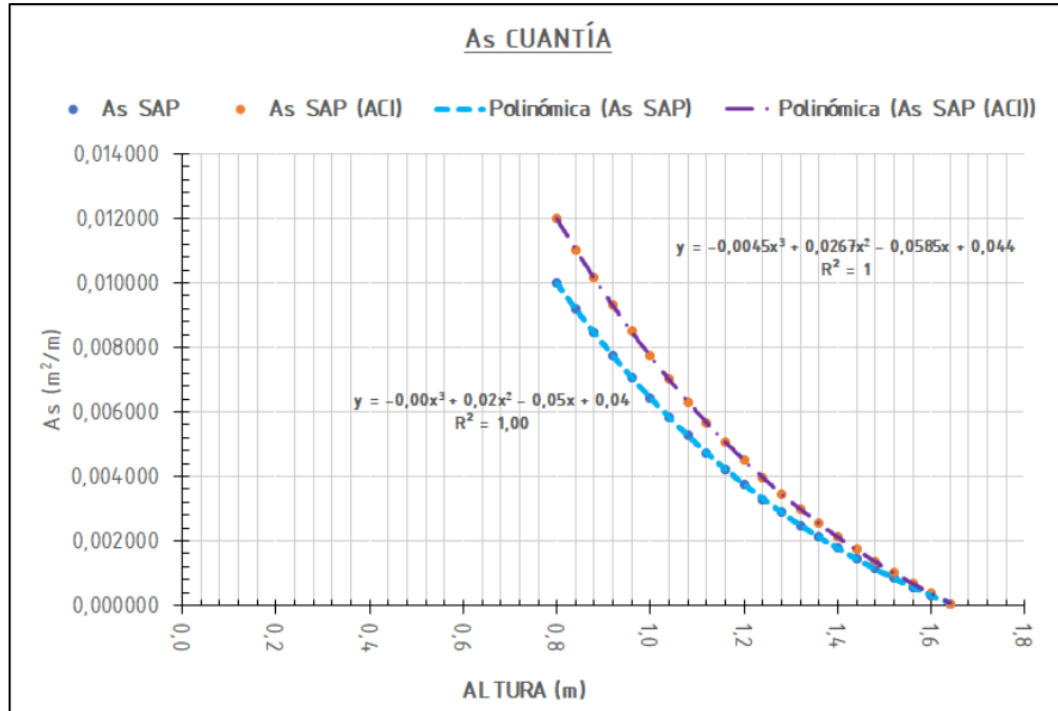
**Tabla 9 VIGA ALTA-CUANTIFICACIÓN DE LA CUANTÍA-MODELO DETALLADO**

CUANTÍA DE ACERO					
Joint	Global Z	Global X	F11	As SAP	As SAP (ACI)
Text	m	m	KN/m	m <sup>2</sup> /m	m <sup>2</sup> /m
9269	0,80	2,00	3774,16	0,009985	0,011981
9320	0,80	2,04	3774,06	0,009984	0,011981
9321	0,84	2,04	3476,36	0,009197	0,011036
9270	0,84	2,00	3476,23	0,009196	0,011036
9322	0,88	2,04	3196,89	0,008457	0,010149
9271	0,88	2,00	3196,76	0,008457	0,010148
9323	0,92	2,04	2930,03	0,007751	0,009302
9272	0,92	2,00	2929,90	0,007751	0,009301
9324	0,96	2,04	2675,92	0,007079	0,008495
9273	0,96	2,00	2675,79	0,007079	0,008495
9325	1,00	2,04	2434,55	0,006441	0,007729
9274	1,00	2,00	2434,45	0,006440	0,007728
9326	1,04	2,04	2206,00	0,005836	0,007003
9275	1,04	2,00	2205,90	0,005836	0,007003
9327	1,08	2,04	1990,03	0,005265	0,006318
9276	1,08	2,00	1989,96	0,005264	0,006317
9328	1,12	2,04	1786,53	0,004726	0,005672
9277	1,12	2,00	1786,47	0,004726	0,005671
9329	1,16	2,04	1595,07	0,004220	0,005064
9278	1,16	2,00	1595,04	0,004220	0,005064
9330	1,20	2,04	1415,33	0,003744	0,004493
9279	1,20	2,00	1415,32	0,003744	0,004493
9331	1,24	2,04	1246,69	0,003298	0,003958
9280	1,24	2,00	1246,72	0,003298	0,003958
9332	1,28	2,04	1088,69	0,002880	0,003456
9281	1,28	2,00	1088,74	0,002880	0,003456
9333	1,32	2,04	940,54	0,002488	0,002986
9282	1,32	2,00	940,63	0,002488	0,002986
9334	1,36	2,04	801,67	0,002121	0,002545
9283	1,36	2,00	801,77	0,002121	0,002545
9335	1,40	2,04	671,17	0,001776	0,002131
9284	1,40	2,00	671,31	0,001776	0,002131
9336	1,44	2,04	548,40	0,001451	0,001741
9285	1,44	2,00	548,55	0,001451	0,001741
9337	1,48	2,04	432,42	0,001144	0,001373
9286	1,48	2,00	432,60	0,001144	0,001373
9338	1,52	2,04	322,51	0,000853	0,001024
9287	1,52	2,00	322,71	0,000854	0,001024
9339	1,56	2,04	217,73	0,000576	0,000691
9288	1,56	2,00	217,96	0,000577	0,000692
9340	1,60	2,04	117,38	0,000311	0,000373
9289	1,60	2,00	117,61	0,000311	0,000373
9341	1,64	2,04	20,51	0,000054	0,000065
9290	1,64	2,00	20,77	0,000055	0,000066

FUENTE: LOS AUTORES

Es evidente que los cálculos solo se realizan hasta la zona que se encuentra a tensión, la parte inferior media de la viga. A continuación, se muestran estos datos graficados y sus respectivas regresiones, para determinar por integración el área de acero que se debe proveer, solo se calculará el acero a proveer por el resultado de la ACI, que es de interés para este caso.

Gráfica 6 VIGA ALTA-CUANTÍA-MODELO DETALLADO



FUENTE: LOS AUTORES

Para hallar el  $[A_s]$ , los límites serán:

- Límite superior:  $L_{s.RO} := c = 1.673 \text{ m}$
- Límite inferior:  $L_{i.RO} := L_{it} = 0.8 \text{ m}$

$$x := L_{s.RO} \cdot \frac{1}{m} = 1.673$$

$$A_{S.SAP} := -\frac{0.0045 \cdot x^4}{4} + \frac{0.0267 \cdot x^3}{3} - \frac{0.0585 \cdot x^2}{2} + 0.044 \cdot x = 0.025$$

$$x := L_{i.RO} \cdot \frac{1}{m} = 0.8$$

$$A_{I.SAP} := -\frac{0.0045 \cdot x^4}{4} + \frac{0.0267 \cdot x^3}{3} - \frac{0.0585 \cdot x^2}{2} + 0.044 \cdot x = 0.021$$

$$A_{SAP} := (A_{S.SAP} - A_{I.SAP}) \cdot m^2 = 0.00403 \text{ m}^2$$

Y la cuantía de acero será:

$$\rho_{SAP} := \frac{A_{SAP}}{H \cdot e} = 0.00403$$

#### N. ARMADURA DEL TENSOR

A continuación, se transforma esta cuantía, en área de acero a proporcionar, por medio de varillas.

$$A_S := A_{SAP} = 0.004 \text{ m}^2 \qquad A_S = 4029.201 \text{ mm}^2$$

Esta área de refuerzo se provee en función del área nominal de acero que tributa cada varilla, estas varillas poseen unas características estándar, según (BAHENA, 2018), de referencia para este caso:

Tabla 10 DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO

DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO					
NÚMERO DE LA BARRA	DIAPMETRO DE REFERENCIA	DIMENSIONES NOMINALES			MASA
		DIÁMETRO	ÁREA	PERÍMETRO	
	IN	mm	mm <sup>2</sup>	mm	kg/m
2	1/4	6,4	32	20	0,250
3	3/8	9,5	71	30	0,560
4	1/2	12,7	129	40	0,994
5	5/8	15,9	199	50	1,552
6	3/4	19,1	284	60	2,235
7	7/8	22,2	387	70	3,042
8	1	25,4	510	80	3,973
9	1 1/8	28,7	645	90	5,060

FUENTE: BAHENA 2018

Para proveer el área de acero requerido se trabajará con el siguiente diámetro de varilla:

$$NO_{VAR} := 8$$

La cual provee un área de:

$$A_{var} := 510 \text{ mm}^2$$

Para ello se requiere la siguiente cantidad de varillas:

$$\#_{var} := \frac{A_S}{A_{var}} = 7.9$$

Por ende, se provee la siguiente cantidad de varillas:

$$\#_{var\_final} := \text{ceil}(\#_{var}) = 8$$

Ahora bien, el área de refuerzo provista final será:

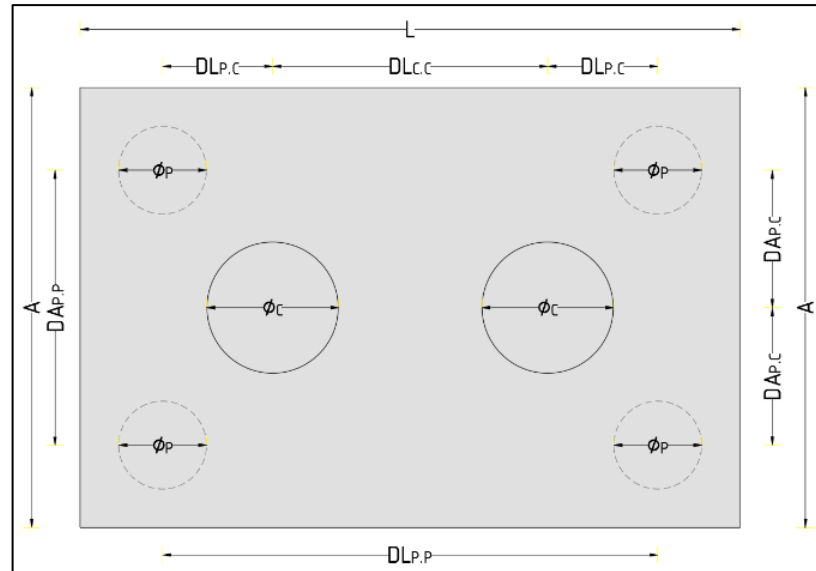
$$A_{S\_final} := A_{var} \cdot \#_{var\_final} = 0.004 \text{ m}^2$$

$$A_{S\_final} = 4080 \text{ mm}^2$$

### 5.3 DADO DE PILOTES

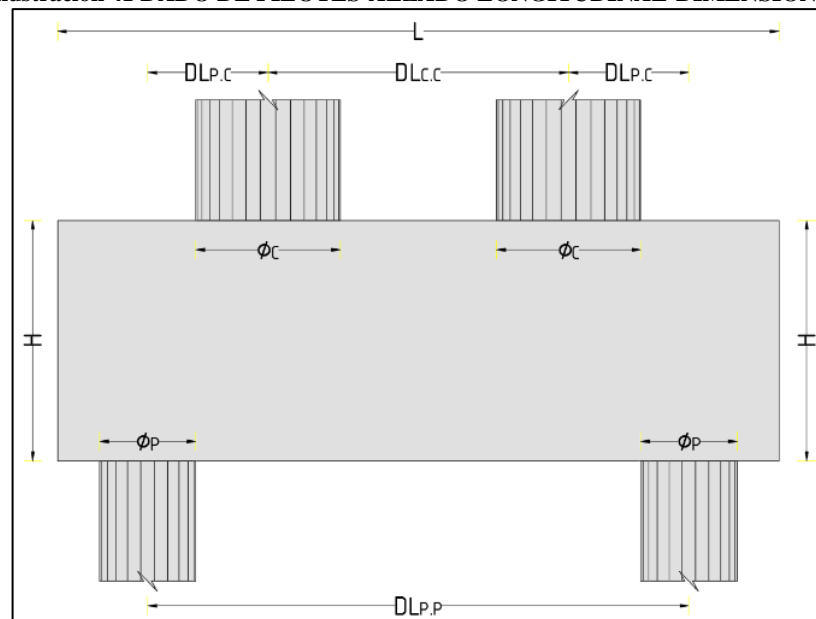
#### 5.3.1 MODELO PUNTAL TENSOR

**Ilustración 40 DADO DE PILOTES-PLANTA-DIMENSIONES**



FUENTE: LOS AUTORES

**Ilustración 41 DADO DE PILOTES-ALZADO LONGITUDINAL-DIMENSIONES**

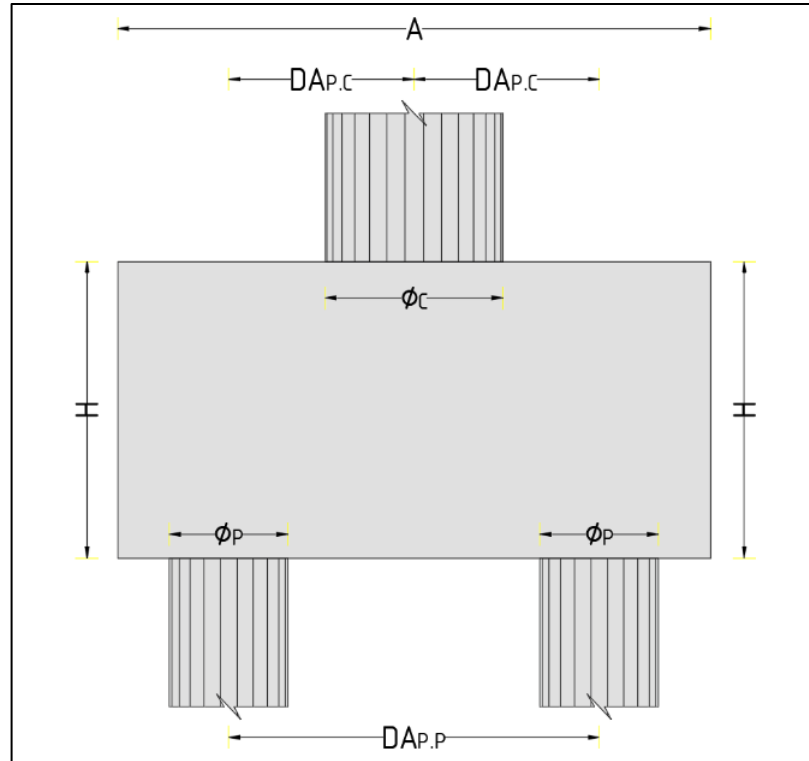


FUENTE: LOS AUTORES

Para el dado de pilotes anteriormente indicado, se cuenta con las siguientes características de trabajo:

- Resistencia del concreto:  $f'_c := 21 \text{ MPa}$
- Resistencia del acero de refuerzo:  $f_y := 420 \text{ MPa}$
- Carga puntual que transmite cada columna:  $P_C := 8000 \text{ kN}$
- Factor de reducción para estructuras de concreto:  $\phi := 0.75$

**Ilustración 42 DADO DE PILOTES-ALZADO TRANSVERSAL-DIMENSIONES**



FUENTE: LOS AUTORES

Respecto a las dimensiones, las siguientes variables definen su geometría:

- Altura del dado:  $H := 2 \text{ m}$
- Longitud del dado:  $L := 6 \text{ m}$
- Ancho del dado:  $A := 4 \text{ m}$
- Diámetro de las columnas:  $\phi_C := 1.3 \text{ m}$
- Diámetro de los pilotes:  $\phi_P := 1.0 \text{ m}$
- Distancia entre el pilote y la columna, en la longitud:  $DL_{P,C} := 1.0 \text{ m}$
- Distancia entre el pilote y la columna, en el ancho:  $DA_{P,C} := 1.25 \text{ m}$
- Distancia entre pilotes, en la longitud:  $DL_{P,P} := 4.5 \text{ m}$
- Distancia entre pilotes, en el ancho:  $DA_{P,P} := 2.5 \text{ m}$

- Distancia entre columnas, en la longitud:  $DL_{C,C} := 2.5 \text{ m}$
- Distancia diagonal entre el pilote y la columna:  
 $DD_{P,C} := \sqrt{DL_{P,C}^2 + DA_{P,C}^2} = 1.601 \text{ m}$

Es necesario tener en cuenta, qué:  $DD_{P,C} < 2 \cdot H$ , para que se considere una viga alta, y si se trata de cargas distribuidas, qué:  $L < 2 \cdot H$ . Para este caso se cumple, qué:  $DD_{P,C} < 2 \cdot H$ , por lo que la zapata no logra desarrollar flexión, por lo que se considera alta y cumple el diseño por medio del método Puntal-Tensor.

#### A. RESISTENCIA EFECTIVA DE LAS ZONAS NODALES Y PUNTALES

Las resistencias de los elementos del modelo se basan en las recomendaciones de la norma ACI-318-14, la cual indica valores de reducción de resistencia para las zonas nodales, según sean las cargas concéntricas al nodo, sean de naturaleza de tensión o compresión. Y para la resistencia de los puntales según se contemple la geometría esperada del puntal.

Tabla 11 COEFICIENTE DE REDUCCIÓN PARA ZONAS NODALES

Table 23.9.2—Nodal zone coefficient $\beta_n$			
Configuration of nodal zone	$\beta_n$		
Nodal zone bounded by struts, bearing areas, or both	1.0	(a)	
Nodal zone anchoring one tie	0.80	(b)	
Nodal zone anchoring two or more ties	0.60	(c)	

FUENTE: ACI-318-14

Tabla 12 COEFICIENTE DE REDUCCIÓN PARA PUNTALES A COMPRESIÓN

Table 23.4.3—Strut coefficient $\beta_s$			
Strut geometry and location	Reinforcement crossing a strut	$\beta_s$	
Struts with uniform cross-sectional area along length	NA	1.0	(a)
Struts located in a region of a member where the width of the compressed concrete at midlength of the strut can spread laterally (bottle-shaped struts)	Satisfying 23.5	0.75	(b)
	Not Satisfying 23.5	$0.60\lambda$	(c)
Struts located in tension members or the tension zones of members	NA	0.40	(d)
All other cases	NA	$0.60\lambda$	(e)

FUENTE: ACI-318-14

NODOS: para el caso presentado, se encuentran dos tipos de nodos, por lo que se calculará la resistencia para los casos (a y c).

PUNTALES: para el caso presentado, se optará por el uso critico de la sección, que contempla una ampliación en el medio del puntal por efectos de tensiones transversales, y satisfaciendo con el acero mínimo de refuerzo (caso b).

#### ZONA NODAL-TIPO A

$$\beta_{N.A} := 1.0$$

$$f'_{ce.N.A} := 0.85 \cdot \beta_{N.A} \cdot f'_c = 17.85 \text{ MPa}$$

#### ZONA NODAL-TIPO C

$$\beta_{N.C} := 0.6$$

$$f'_{ce.N.C} := 0.85 \cdot \beta_{N.C} \cdot f'_c = 10.71 \text{ MPa}$$

#### PUNTAL-TIPO B-FORMA DE BOTELLA

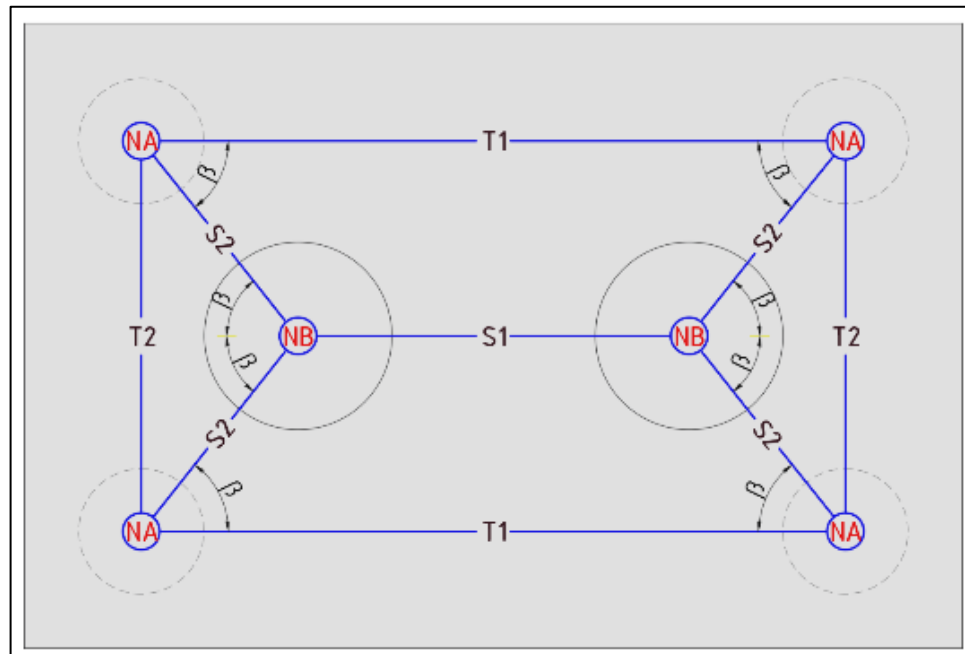
$$\beta_{S.B} := 0.75$$

$$f'_{ce.S.B} := 0.85 \cdot \beta_{S.B} \cdot f'_c = 13.388 \text{ MPa}$$

#### B. MODELO RETICULADO BASE

A continuación, se muestra el modelo reticulado, de esta forma se espera que viajen los esfuerzos de las columnas a los pilotes. Lo ideal es mantener el principio de parsimonia y de límite inferior.

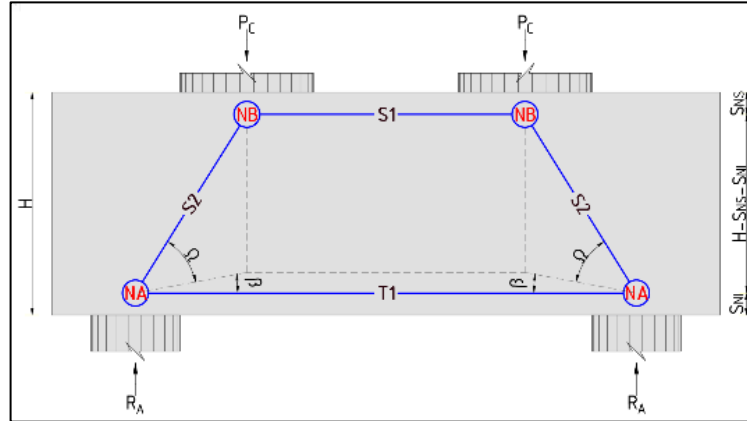
Ilustración 43 DADO DE PILOTES-PLANTA DEL RETICULADO-MPT



FUENTE: LOS AUTORES

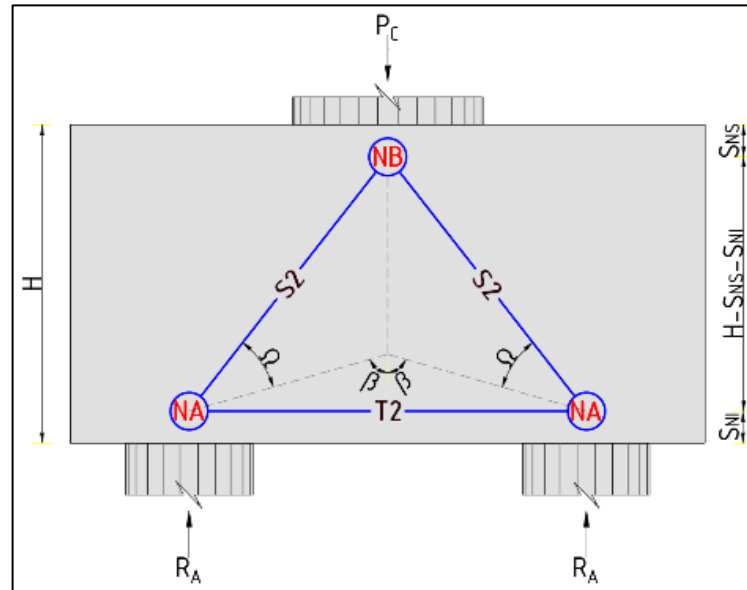


**Ilustración 44 DADO DE PILOTES-ALZADO LONGITUDINAL DEL RETICULADO-MPT**



FUENTE: LOS AUTORES

**Ilustración 45 DADO DE PILOTES-ALZADO TRANSVERSAL DEL RETICULADO-MPT**



FUENTE: LOS AUTORES

Note el hecho de que en la "cercha", se ubican los nodos en los mismos ejes de las cargas, además de ello, los nodos deben tener una distancia respecto al borde superior e inferior de la viga  $[S_{ns}]$  y  $[S_{ni}]$ , estas separaciones son supuestas, y se recomienda optimizarlas con lo requerido por la estructura, por lo tanto, se ajustan iterando el diseño.

### C. ÁNGULOS DEL RETICULADO

Se definen las separaciones subjetivamente de los nodos:

- Separación superior del nodo:  $S_{NS} := 0.482 \text{ m}$
- Separación inferior del nodo:  $S_{NI} := 0.426 \text{ m}$

Se inicia hallando el ángulo en planta:  $\beta := ^\circ$ .

$$\beta := \text{atan}\left(\frac{DA_{P.C}}{DL_{P.C}}\right) = 51.34^\circ$$

Ángulo real del puntal con la horizontal:

$$\Omega := \text{atan}\left(\frac{H - S_{NS} - S_{NI}}{DD_{P.C}}\right) = 34.301^\circ$$

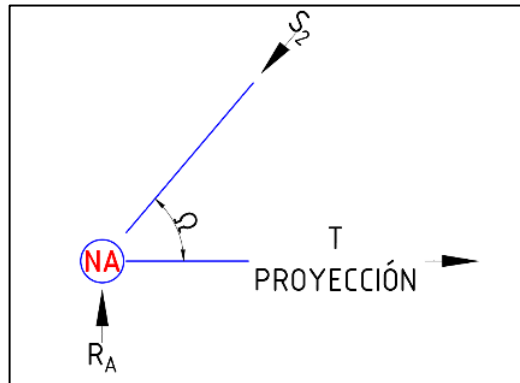
#### D. CÁLCULO DE LOS ESFUERZOS EN EL RETICULADO

Se calculan las reacciones exteriores de la cercha, teniendo en cuenta que es una cercha doblemente simétrica, las reacciones en los pilotes serán:

$$R_A := \frac{P_C}{2} = 4000 \text{ kN}$$

Analizando el nodo [NA], teniendo en cuenta que la tensión será una proyección, se despeja la carga en el puntal y del tensor proyectado, así:

Ilustración 46 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO NA EN ALZADO-MPT



FUENTE: LOS AUTORES

Carga del puntal inclinado:  $S_2 := \text{kN}$

Carga del tensor proyectado:  $T_P := \text{kN}$

$$0 = R_A - S_2 \cdot \sin(\Omega)$$

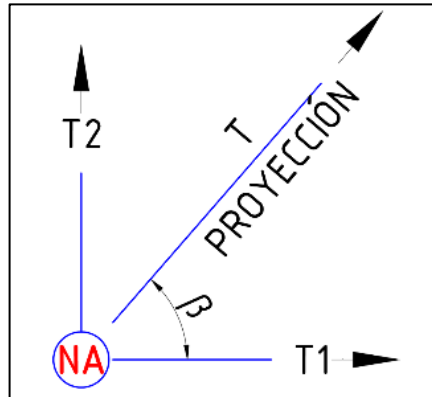
$$S_2 := \frac{R_A}{\sin(\Omega)} = 7098.069 \text{ kN} \quad [\text{COMPRESIÓN}]$$

$$0 = T_P - S_2 \cdot \cos(\Omega)$$

$$T_P := S_2 \cdot \cos(\Omega) = 5863.667 \text{ kN} \quad [\text{TENSIÓN}]$$

Ahora la tensión proyectada se distribuye, o se descompone, en los tensores del reticulado, así:

Ilustración 47 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO NA EN PLANTA-MPT



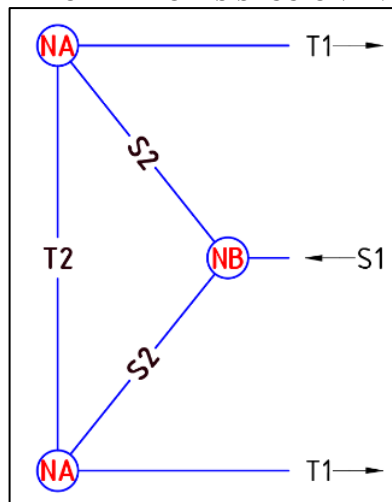
FUENTE: LOS AUTORES

$$T_1 := T_P \cdot \cos(\beta) = 3663.004 \text{ kN} \quad [\text{TENSIÓN}]$$

$$T_2 := T_P \cdot \sin(\beta) = 4578.755 \text{ kN} \quad [\text{TENSIÓN}]$$

A continuación, dado que ya se conocen todas las cargas del nodo [NA] se procede por el método de las secciones a determinar la carga en el puntal horizontal, así:

Ilustración 48 DADO DE PILOTES-SECCIÓN EN PLANTA-MPT



FUENTE: LOS AUTORES

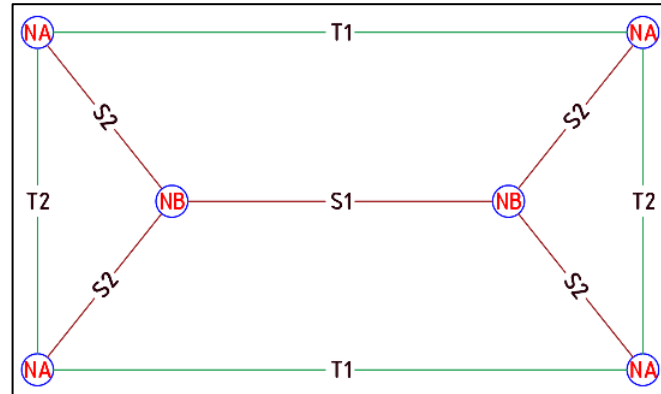
Por sumatorias en el eje  $[x]$ , se despeja la carga del puntal  $[S_1]$ :

$$0 = 2 \cdot T_1 - S_1$$

$$S_1 := 2 \cdot T_1 = 7326.007 \text{ kN} \quad [\text{COMPRESIÓN}]$$

En resumen, los esfuerzos del reticulado resuelto serían los siguientes:

Ilustración 49 DADO DE PILOTES-SOLUCIÓN DEL RETICULADO-MPT



FUENTE: LOS AUTORES

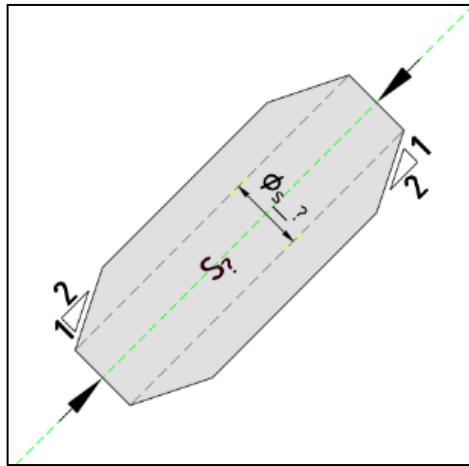
$$P_C = 8000 \text{ kN} \quad R_A = 4000 \text{ kN} \quad S_1 = 7326.007 \text{ kN} \quad S_2 = 7098.069 \text{ kN}$$

$$T_1 = 3663.004 \text{ kN} \quad T_2 = 4578.755 \text{ kN}$$

#### E. ANCHO REQUERIDO DE LOS PUNTALES

En este caso, que es un reticulado que se genera en tres dimensiones, es necesario proyectar qué tipo de sección será con la que se proyecten los puntales; si las columnas y los pilotes fueran cuadrados o rectangulares, se podrían proponer secciones transversales cuadradas o rectangulares; pero el caso más común es de pilotes y columnas de secciones circulares, para ello es óptimo imaginar las secciones de los puntales como cilindros, donde los anchos requeridos por los puntales representaran el diámetro del cilindro que se debe proveer. Se sigue cumpliendo el efecto botella por cortante transversal, por lo que la sección seguirá sufriendo ampliación en la sección media de su longitud.

Ilustración 50 DADO DE PILOTES-PUNTAL EN FORMA DE BOTELLA-MPT



FUENTE: LOS AUTORES

Diámetro requerido del puntal:  $\phi_{S\_1} := m$

$$\phi_{S\_1} := \sqrt[2]{\frac{4 \cdot S_1}{\pi \cdot \phi \cdot f'_{ce.S.B}}} = 0.964 \text{ m}$$

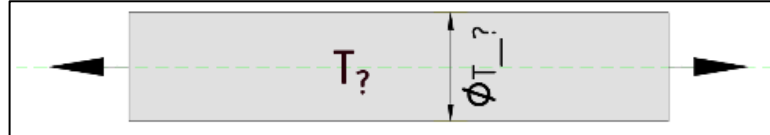
Diámetro requerido del puntal:  $\phi_{S\_2} := m$

$$\phi_{S\_2} := \sqrt[2]{\frac{4 \cdot S_2}{\pi \cdot \phi \cdot f'_{ce.S.B}}} = 0.949 \text{ m}$$

## F. ANCHO REQUERIDO DE LOS TENSORES

En este caso, que es un reticulado que se genera en tres dimensiones, es necesario proyectar qué tipo de sección será con la que se proyecten los tensores; igual que los puntales la sección será circular, para ello es óptimo imaginar las secciones de los tensores como cilindros igualmente, donde los anchos requeridos por los tensores representaran el diámetro del cilindro que se debe proveer.

Ilustración 51 DADO DE PILOTES-PROYECCIÓN DE TENSORES-MPT



FUENTE: LOS AUTORES

Diámetro requerido del tensor:  $\phi_{T\_1} := m$

$$\phi_{T\_1} := \sqrt[2]{\frac{4 \cdot T_1}{\pi \cdot \phi \cdot f'_{ce.N.C}}} = 0.762 \text{ m}$$

Diámetro requerido del tensor:  $\phi_{T\_2} := m$

$$\phi_{T\_2} := \sqrt[2]{\frac{4 \cdot T_2}{\pi \cdot \phi \cdot f'_{ce.N.C}}} = 0.852 \text{ m}$$

## G. ANCHO REQUERIDO POR CAPACIDAD DE CARGA

La capacidad de carga tiene sección circular, tanto para los pilotes, como para las columnas, para ello se calculan los anchos requeridos que se deben proveer.

Diámetro requerido del pilote:

$$\phi_{C.P} := m$$

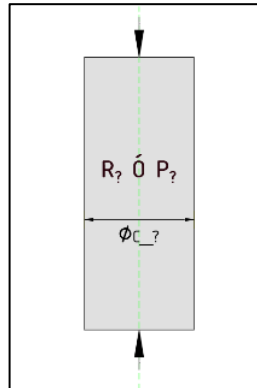
$$\phi_{C.P} := \sqrt[2]{\frac{4 \cdot R_A}{\pi \cdot \phi \cdot f'_{ce.N.C}}} = 0.796 \text{ m}$$

Diámetro requerido de la columna:

$$\phi_{C.C} := m$$

$$\phi_{C.C} := \sqrt[2]{\frac{4 \cdot P_C}{\pi \cdot \phi \cdot f'_{ce.N.A}}} = 0.872 \text{ m}$$

**Ilustración 52 DADO DE PILOTES-PROYECCIÓN POR CAPACIDAD DE CARGA-MPT**

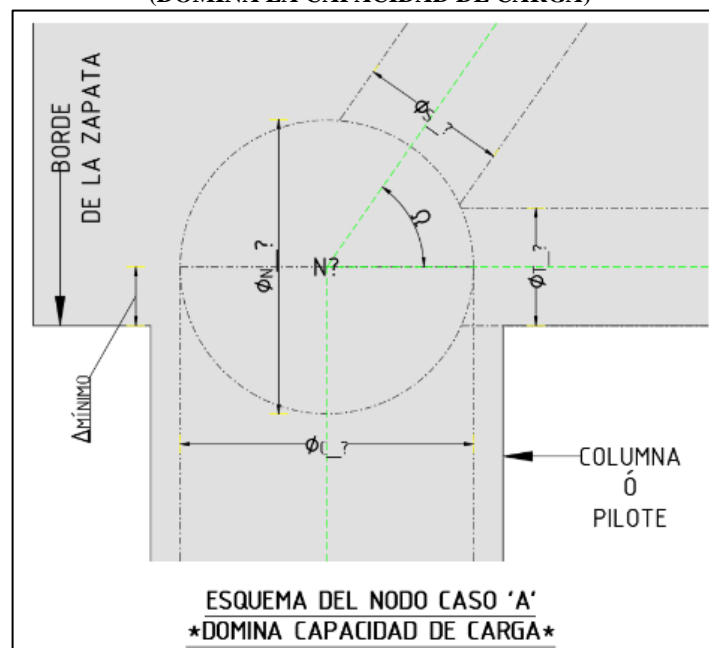


**FUENTE: LOS AUTORES**

## H. DIÁMETRO DEL NODO ESFÉRICO

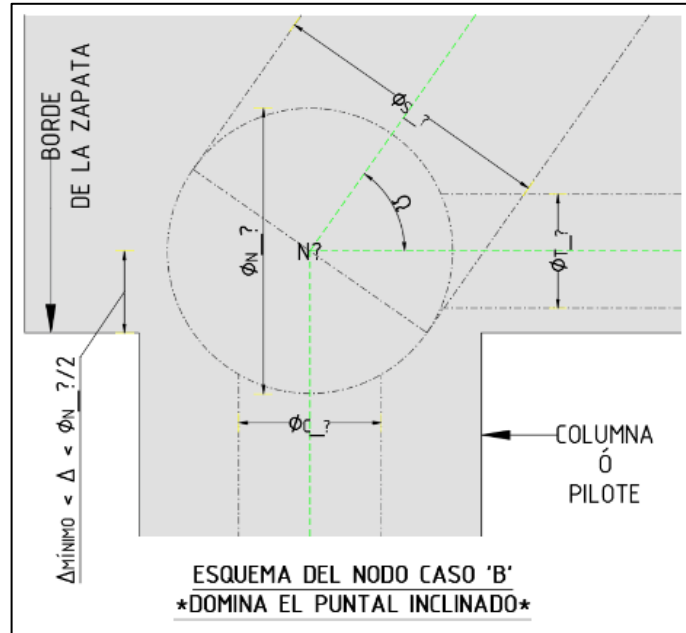
Debido a que el análisis actual se realiza en tres dimensiones, los nodos también se deben analizar en las mismas condiciones, y debido a que las columnas y pilotes son circulares, generando puntales y tensores cilíndricos, es óptimo analizar los nodos como esferas. Para ello se va a proveer el máximo diámetro que se requiere en el nodo, sea del puntal, del tensor o por capacidad de carga, y sí se provee el máximo diámetro, los demás diámetros también se proveerán, a continuación, se indican las tres principales posibilidades de nodos que se pueden generar, teniendo en cuenta el elemento que domina.

**Ilustración 53 DADO DE PILOTES-ESQUEMA DE NODO-CASO ‘A’-MPT  
(DOMINA LA CAPACIDAD DE CARGA)**



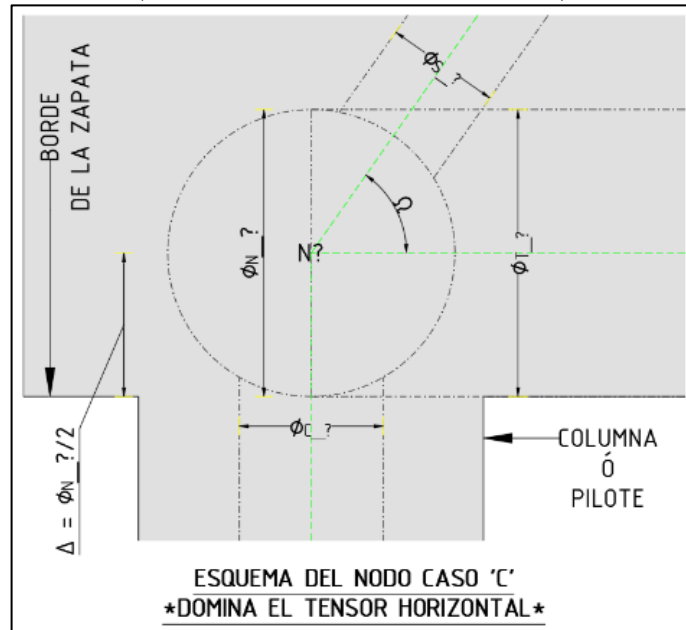
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Ilustración 54 DADO DE PILOTES-ESQUEMA DE NODO-CASO 'B'-MPT  
(DOMINA EL PUNTAL INCLINADO)**



FUENTE: LOS AUTORES

**Ilustración 55 DADO DE PILOTES-ESQUEMA DE NODO-CASO 'C'-MPT  
(DOMINA EL TENSOR HORIZONTAL)**



FUENTE: LOS AUTORES

Diámetro del nodo A:  $\phi_{N.A} := m$

$$\phi_{N.A} := \max(\phi_{S.2}, \phi_{T.1}, \phi_{T.2}, \phi_{C.P}) = 0.949 \, m$$

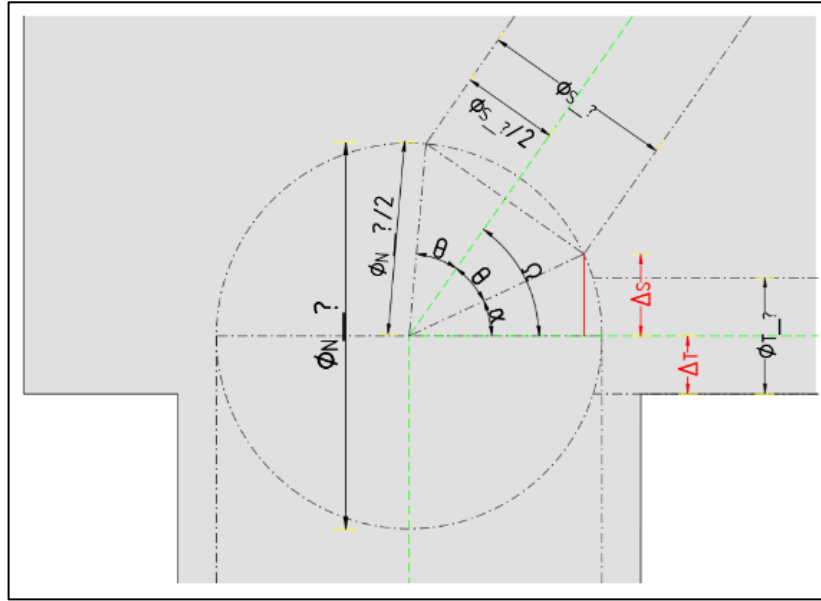
Diámetro del nodo B:  $\phi_{N.B} := m$

$$\phi_{N.B} := \max(\phi_{S.1}, \phi_{S.2}, \phi_{C.C}) = 0.964 \text{ m}$$

## I. ALTURA DE LOS NODOS ESFÉRICOS

La altura de los nodos se puede calcular, para optimizar el diseño, como se evidencia en los esquemas más probables, dependiendo de la carga que domine se puede definir la altura que debe tener el nodo, la altura principalmente depende del puntal inclinado y del tensor o puntal horizontal, como se indica a continuación.

**Ilustración 56 DADO DE PILOTES-ALTURA DEL NODO ESFÉRICO-MPT**



FUENTE: LOS AUTORES

Como se observa, se podría inferir que siempre la separación estará definida por el puntal o tensor horizontal, como en el esquema 'A' y 'C', pero en algún punto como en el esquema 'B', puede que el puntal inclinado sea quien controle la altura a la que se debe ubicar el nodo, por ello se evalúa qué elemento requiere más altura y se provee el máximo.

Altura del nodo A:  $\Delta_A := m$

$$\Delta_A := \max\left(-\frac{\phi_{N.A}}{2} \cdot \sin\left(\Omega - \arcsin\left(\frac{\phi_{S.2}}{\phi_{N.A}}\right)\right), \frac{\phi_{T.1}}{2}, \frac{\phi_{T.2}}{2}\right) = 0.426 \text{ m}$$

Altura del nodo B:  $\Delta_B := m$

$$\Delta_B := \max\left(-\frac{\phi_{N.B}}{2} \cdot \sin\left(\Omega - \arcsin\left(\frac{\phi_{S.2}}{\phi_{N.B}}\right)\right), \frac{\phi_{S.1}}{2}\right) = 0.482 \text{ m}$$



## J. UBICACIÓN DE LOS NODOS

A continuación, se muestra el diámetro y la distancia centroidal del nodo respecto al borde, superior o inferior, de la zapata.

Nodo A:

$$\phi_{N.A} = 0.949 \text{ m}$$

$$\Delta_A = 0.426 \text{ m}$$

Nodo B:

$$\phi_{N.B} = 0.964 \text{ m}$$

$$\Delta_B = 0.482 \text{ m}$$

Se realiza la siguiente verificación para optimizar el diseño, debido a que las separaciones propuestas para los nodos deben ser muy similares con respecto a las alturas requeridas por los nodos, para ello se verifica esta proporción, que subjetivamente no debe superar más o menos el 5% entre sí.

$$E_{NS} := 1 - \frac{S_{NS}}{\Delta_B} = -0.02\%$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{if } -5\% < E_{NS} < 5\% \\ \parallel \text{ "CUMPLE" } \\ \text{else} \\ \parallel \text{ "NO CUMPLE" } \end{array} \right| = \text{"CUMPLE"}$$

$$E_{NI} := 1 - \frac{S_{NI}}{\Delta_A} = -0.01\%$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{if } -5\% < E_{NI} < 5\% \\ \parallel \text{ "CUMPLE" } \\ \text{else} \\ \parallel \text{ "NO CUMPLE" } \end{array} \right| = \text{"CUMPLE"}$$

También se realiza la comparación del ancho de las columnas y los pilotes, con respecto al ancho requerido por la capacidad de carga para definir si se pueden realizar ajustes a los diámetros para darle más finesa al diseño. Subjetivamente debe estar entre el -5% y 0%.

$$E_{AC} := 1 - \frac{\phi_C}{\phi_{N.B}} = -34.88\%$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{if } -5\% < E_{AC} < 0\% \\ \parallel \text{ "ÓPTIMO" } \\ \text{else if } E_{AC} < -5\% \\ \parallel \text{ "GENEROSO" } \\ \text{else if } E_{AC} > 0\% \\ \parallel \text{ "AJUSTAR" } \end{array} \right| = \text{"GENEROSO"}$$

$$E_{AP} := 1 - \frac{\phi_P}{\phi_{N.A}} = -5.4\%$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{if } -5\% < E_{AP} < 0\% \\ \parallel \text{ "ÓPTIMO" } \\ \text{else if } E_{AP} < -5\% \\ \parallel \text{ "GENEROSO" } \\ \text{else if } E_{AP} > 0\% \\ \parallel \text{ "AJUSTAR" } \end{array} \right| = \text{"GENEROSO"}$$

## K. ARMADURA DEL TENSOR

A continuación, se determina el acero de refuerzo requerido por los tensores, para ello se hallara el área de acero que se debe proveer.

$$A_{S.T1} := \frac{T_1}{\phi \cdot f_y} = 0.012 \text{ m}^2$$

$$A_{S.T2} := \frac{T_2}{\phi \cdot f_y} = 0.015 \text{ m}^2$$

$$A_{S.T1} = 11628.583 \text{ mm}^2$$

$$A_{S.T2} = 14535.729 \text{ mm}^2$$

Esta área de refuerzo se provee en función del área nominal de acero que tributa cada varilla, estas varillas poseen unas características estándar, según (BAHENA, 2018), de referencia para este caso:

Tabla 13 DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO

DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO					
NÚMERO DE LA BARRA	DIÁMETRO DE REFERENCIA	DIMENSIONES NOMINALES			MASA
		DIÁMETRO	ÁREA	PERÍMETRO	
	IN	mm	mm <sup>2</sup>	mm	kg/m
2	1/4	6,4	32	20	0,250
3	3/8	9,5	71	30	0,560
4	1/2	12,7	129	40	0,994
5	5/8	15,9	199	50	1,552
6	3/4	19,1	284	60	2,235
7	7/8	22,2	387	70	3,042
8	1	25,4	510	80	3,973
9	1 1/8	28,7	645	90	5,060

FUENTE: BAHENA 2018

Para proveer el área de acero requerida se trabajará con el siguiente diámetro de varilla:

$$NO_{VAR} := 8$$

La cual provee un área de:

$$A_{var} := 510 \text{ mm}^2$$

Para ello se requiere la siguiente cantidad de varillas:

$$\#_{var.T1} := \frac{A_{S.T1}}{A_{var}} = 22.801$$

$$\#_{var.T2} := \frac{A_{S.T2}}{A_{var}} = 28.501$$

Por ende, se provee la siguiente cantidad de varillas:

$$\#_{var\_final.T1} := \text{ceil}(\#_{var.T1}) = 23$$

$$\#_{var\_final.T2} := \text{ceil}(\#_{var.T2}) = 29$$

Ahora bien, el área de refuerzo provista final será:

$$A_{S\_final.T1} := A_{var} \cdot \#_{var\_final.T1} = 0.012 \text{ m}^2 \quad A_{S\_final.T1} = 11730 \text{ mm}^2$$

$$A_{S\_final.T2} := A_{var} \cdot \#_{var\_final.T2} = 0.015 \text{ m}^2 \quad A_{S\_final.T2} = 14790 \text{ mm}^2$$

## L. CUANTÍA DE ACERO EN LA ZONA DEL TENSOR

A continuación, se determina la cuantía de acero que se requiere en el reticulado, en el alzado longitudinal. Debido a que la zapata en la zona inferior tiene dos tensores, se debe proveer el doble de acero calculado.

$$\rho_{requerido.T1} := \frac{2 \cdot A_{S.T1}}{H \cdot A} = 0.00291$$

$$\rho_{final.T1} := \frac{2 \cdot A_{S\_final.T1}}{H \cdot A} = 0.00293$$

También se determina la cuantía de acero que se requiere en el reticulado, en el ancho transversal. Debido a que la zapata en la zona inferior tiene dos tensores, se debe proveer el doble de acero calculado. Para esta cuantía se calcula, pero su significado no corresponde a lo que se entiende por cuantía, debido a que está armadura se encuentra en la sección transversal sobre los apoyos.

$$\rho_{requerido.T2} := \frac{2 \cdot A_{S.T2}}{H \cdot L} = 0.00242$$

$$\rho_{final.T2} := \frac{2 \cdot A_{S\_final.T2}}{H \cdot L} = 0.00247$$

## 5.3.2 MODELO COMPUTACIONAL SIMPLIFICADO

El programa de apoyo para realizar el análisis computacional será Sap2000, en su versión número 21.

### A. DEFINICIÓN DE LOS MATERIALES

Se inicia definiendo los parámetros de materiales en el programa, que cumplan con los requerimientos para el diseño del dado de pilotes.

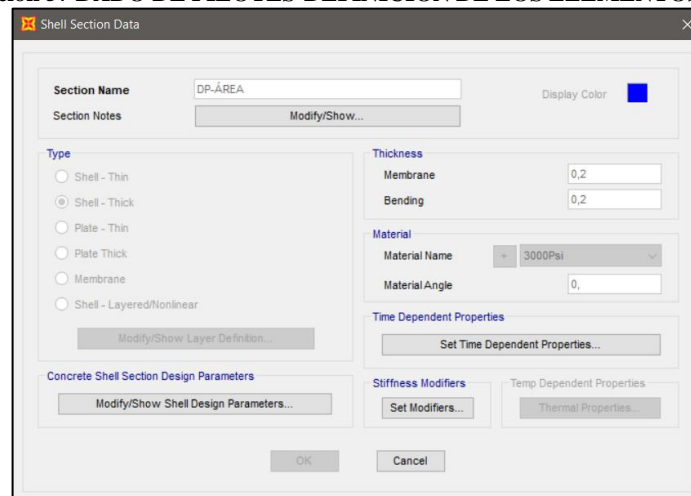
- Se recomienda usar las unidades en kN-m-C°.
- El concreto se definió como de  $[3000 \text{ psi}]$ , este material pre detallado es el más similar al concreto de  $[21 \text{ MPa}]$ .

### B. DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SÓLIDOS

Para el análisis, se usará el método de los elementos finitos, por ello en el programa se definen los elementos tipo SOLID.

- La dimensión de estos elementos corresponderá con el detalle con el que se desee trabajar, para el caso de sólidos es recomendable usar una escala apropiada, dependiendo de la geometría y dimensiones del elemento, debido a que entre más pequeño se define mejor la geometría, pero el procedimiento computacional eleva notablemente los requerimientos, para este caso se optó por elemento cúbicos de lado  $[0.1 \text{ m}]$ .
- El material se elegirá en función del concreto, que se definió anteriormente.
- Para las generar el cubo, Sap2000 permite usar áreas tipo Shell, y al extruirlas se genera el volumen, por ello se usan las mismas directrices de los elementos Shell gruesos, que serían cuadrados de lado  $[0.1 \text{ m}]$ , que corresponde con la proporción, en planta, de  $\left[\frac{A}{40}\right]$  y  $\left[\frac{L}{60}\right]$ .
- El programa pregunta por la definición del Shell, si es de tipo grueso o delgado: delgado si la flexión domina y grueso si las deformaciones por cortante dominan. Para este caso dominan las deformaciones por cortante, además, se usa el criterio de  $\left[\frac{l_{shell}}{h_{shell}} < 20\right]$ , para que se considere grueso, lo que resulta en:  $\left[\frac{0.1 \text{ m}}{0.1 \text{ m}}\right] = [1]$ .
- Una vez se tiene una capa a una altura, simplemente se replica la cantidad necesaria para generar el dado de pilotes.
- A continuación, se muestra una captura del programa para la definición de los elementos Shell:

**Ilustración 57 DADO DE PILOTES-DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SHELL**



**FUENTE: LOS AUTORES**

- Y la captura del programa para la definición de los elementos sólidos:

**Ilustración 58 DADO DE PILOTES-DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SÓLIDOS**

**FUENTE: LOS AUTORES**

### C. DEFINICIÓN DE LAS CARGAS

Se define el patrón de carga como "EXTERNA", esta carga es arbitraria y sin ningún precedente, en la realidad representará la carga última que se calcule que recibirá el elemento, y por cada combinación o estado límite se deberá realizar el análisis del dado. Debido a que este es un análisis con la finalidad de validación del modelo puntal tensor, la carga puntual se distribuirá en los nodos internos que contempla el ancho de las columnas, para no generar los requerimientos que transmite la columna a la zapata, no se debe olvidar que se debe intentar generar esta distribución similar a un círculo.

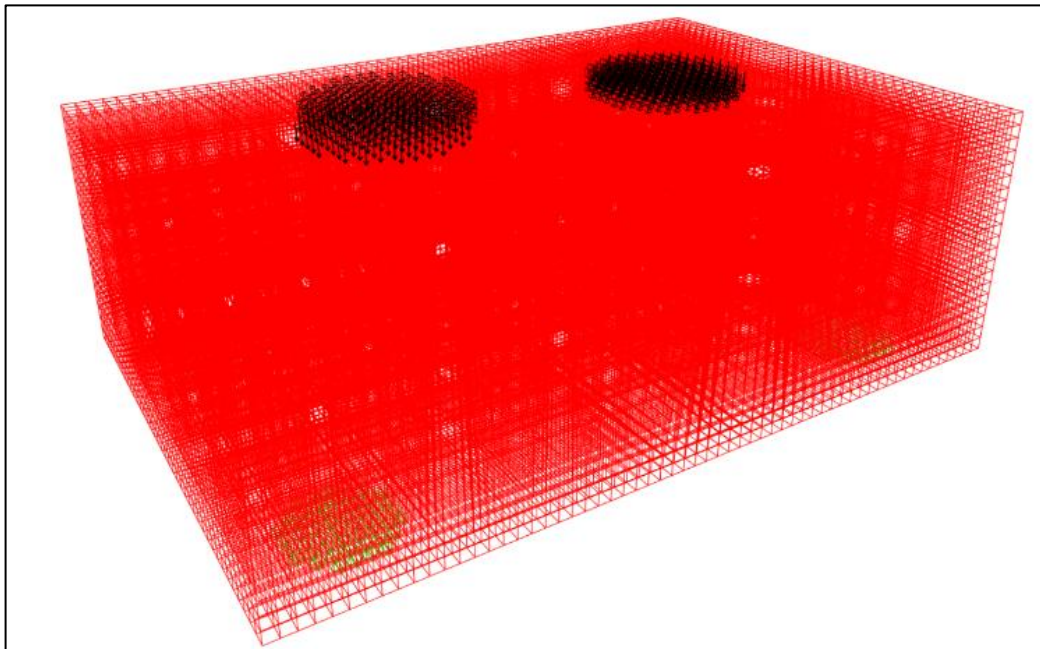
### D. DEFINICIÓN DE LOS APOYOS

En la situación que se encuentra este dado de pilotes, tiene la finalidad de brindar una confirmación al modelo puntal tensor, para que esto se dé, el modelo computacional debe sufrir varias consideraciones, por ello los apoyos no se les permitirá la retención y transmisión de momentos, y se definirá la zona de apoyos con restricciones que corresponden con los de primer género.

### E. MODELO COMPUTACIONAL

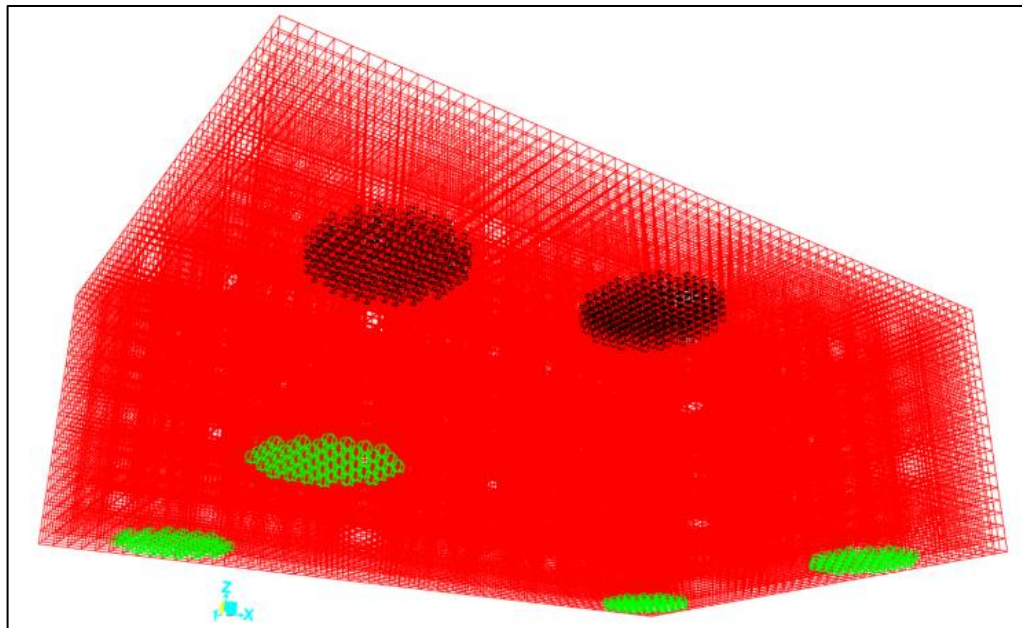
A continuación, se muestra cómo se parametrizó el dado para realizar el análisis en el programa.

**Ilustración 59 DADO DE PILOTES-DADO PARAMETRIZADO-VISTA SUPERIOR-MODELO SIMPLIFICADO**



FUENTE: LOS AUTORES

**Ilustración 60 DADO DE PILOTES-DADO PARAMETRIZADO-VISTA INFERIOR-MODELO SIMPLIFICADO**



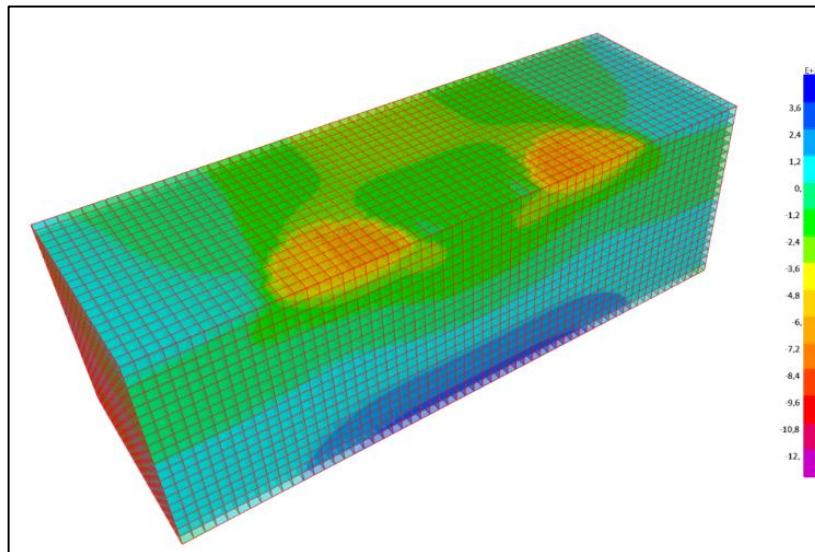
FUENTE: LOS AUTORES



## F. RESULTADOS VISUALES - $[S_{11}]$

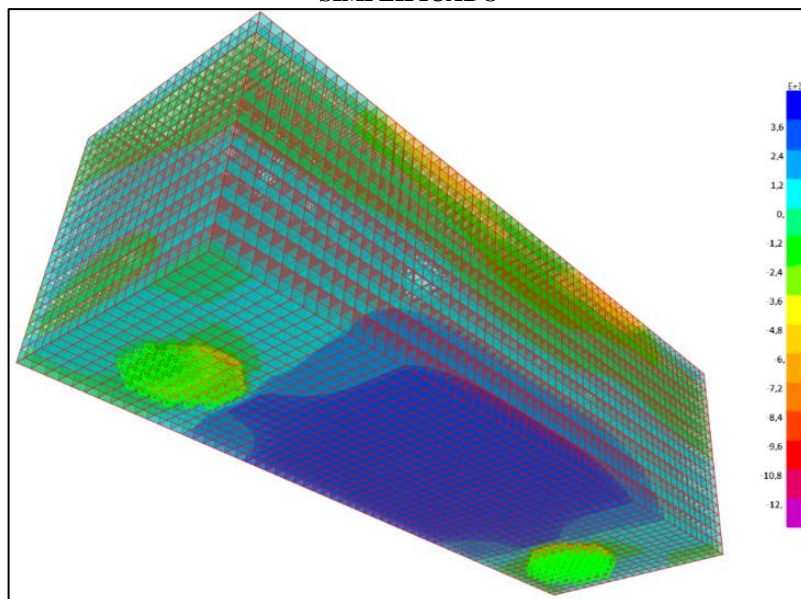
A continuación, se muestra el resultado para el esfuerzo "1-1", que para efectos prácticos es esfuerzo en la longitud, se muestra en cortes longitudinales por la mitad del ancho de la zapata.  $\left[ \frac{kN}{m^2} \right]$

**Ilustración 61 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S11-VISTA SUPERIOR-MODELO SIMPLIFICADO**



FUENTE: LOS AUTORES

**Ilustración 62 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S11-VISTA INFERIOR-MODELO SIMPLIFICADO**



FUENTE: LOS AUTORES

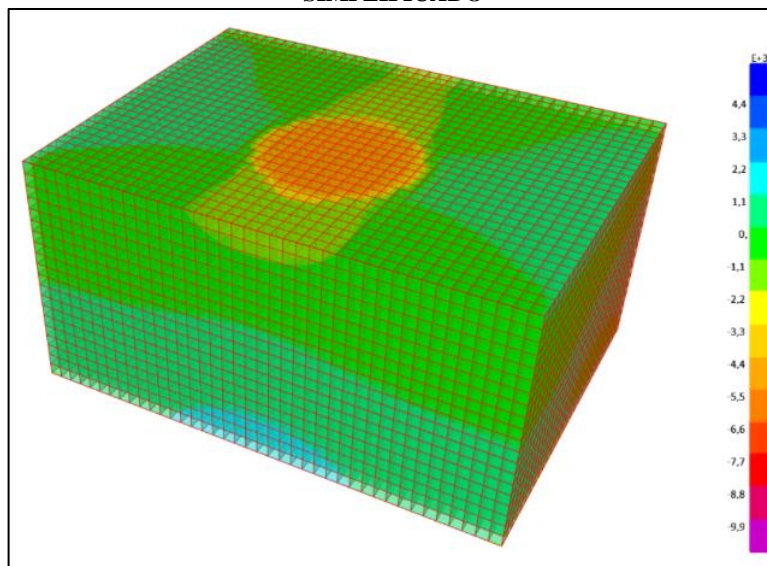
- Esta fuerza es concluyente para definir las zonas a compresión y tensión.
- Como se puede observar, la zona superior, en color verde, es una zona a compresión, que se distribuye casi en la totalidad de la longitud de la zapata, se sabe que es compresión porque estos valores tienden a ser negativos según la escala.
- También se observan zonas de compresión sobre los apoyos, que podrían representar las zonas nodales que plantea el modelo puntal tensor.
- También se puede observar, la zona inferior, en color azul, es una zona a tensión, que se distribuye casi en la totalidad de la longitud de la zapata, se sabe que es tensión porque estos valores tienden a ser positivos según la escala.
- La forma en la que se observa que está trabajando la zapata, es de una forma muy similar a una viga que cumple la flexión, existe un eje centroidal en el que hay cambio de esfuerzos funcionando como un par de fuerzas para generar la resistencia.
- Es interesante notar una compresión más alta en la zona superior cerca a los bordes, más que en el centro, esto se podría deber a la excentricidad de los pilotes, que generan la compresión en la zona superior.
- En la zona inferior también se nota este hecho, anteriormente mencionado, donde sí existe tensión bajo las columnas, pero es más amplio y llegando a los apoyos sobre los pilotes.

#### G. RESULTADOS VISUALES - $[S_{22}]$

A continuación, se muestra el resultado para el esfuerzo "2-2", que para efectos prácticos es esfuerzo en el ancho, se muestra en cortes transversales en la mitad de la longitud de la zapata.  $\left[ \frac{kN}{m^2} \right]$

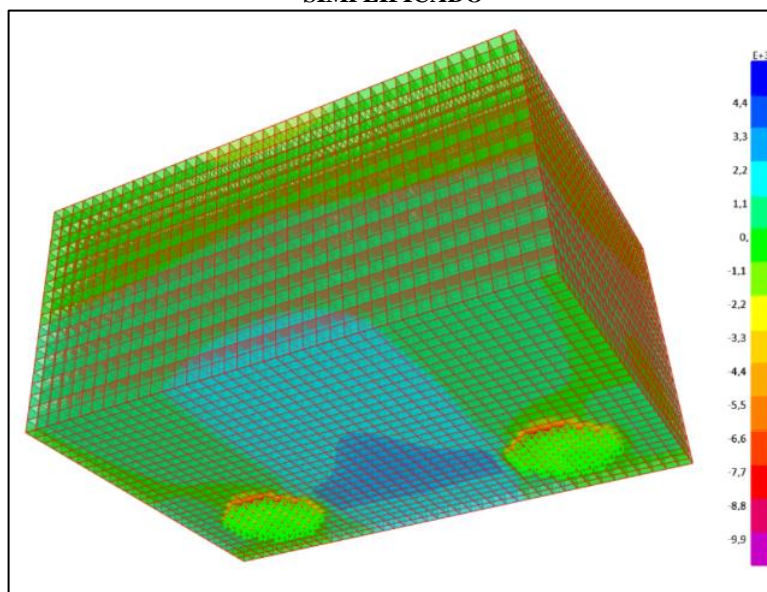


**Ilustración 63 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S22-VISTA SUPERIOR-MODELO SIMPLIFICADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

**Ilustración 64 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S22-VISTA INFERIOR-MODELO SIMPLIFICADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

- Esta fuerza es concluyente para definir las zonas a compresión y tensión.
- Se observan zonas de compresión sobre los apoyos, que podrían representar las zonas nodales que plantea el modelo puntal tensor.

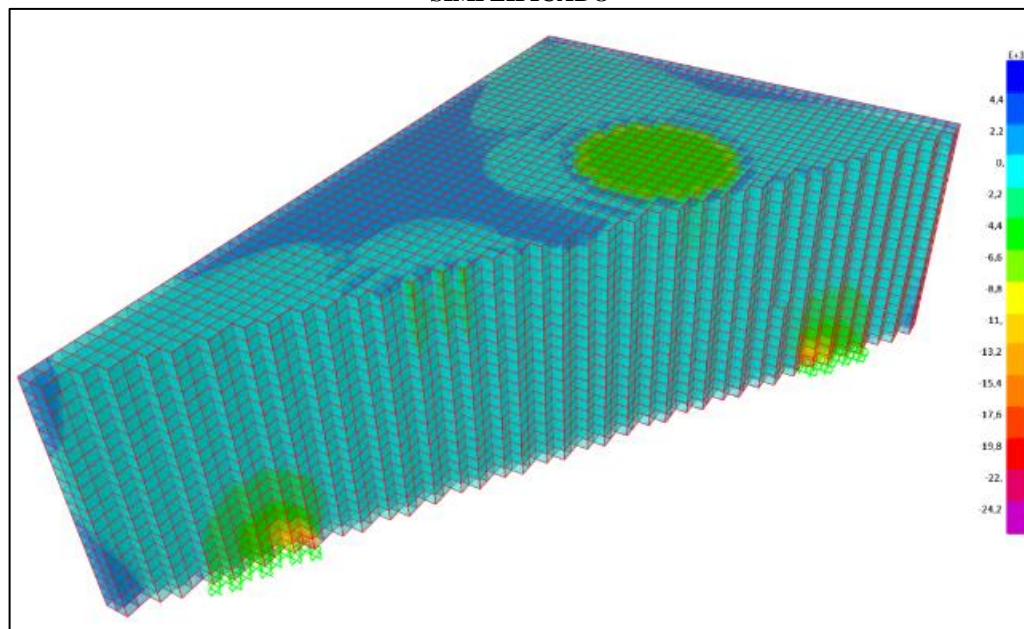
- Como se puede observar, la sección transversal domina el color verde, por lo que prácticamente estos esfuerzos transversales son muy bajos o incluso nulos.
- Del hecho anterior, es de recalcar que los mayores esfuerzos, sea de tensión o compresión, se generan en las inmediaciones de las columnas y por la zona inferior en el centro, esto es debido a que por la mitad de la longitud se encuentra el mayor voladizo o distancia a los apoyos, haciendo mayores estos esfuerzos transversales.
- También es muy importante notar, que entre los pilotes que están en el extremo, se evidencia una tensión entre ellos, que determinará un posible tensor en el modelo puntal tensor.

#### H. RESULTADOS VISUALES - $[S_{33}]$

A continuación, se muestra el resultado para el esfuerzo "3-3", que para efectos prácticos es esfuerzo vertical, se muestra en la mitad de la diagonal de la zapata.

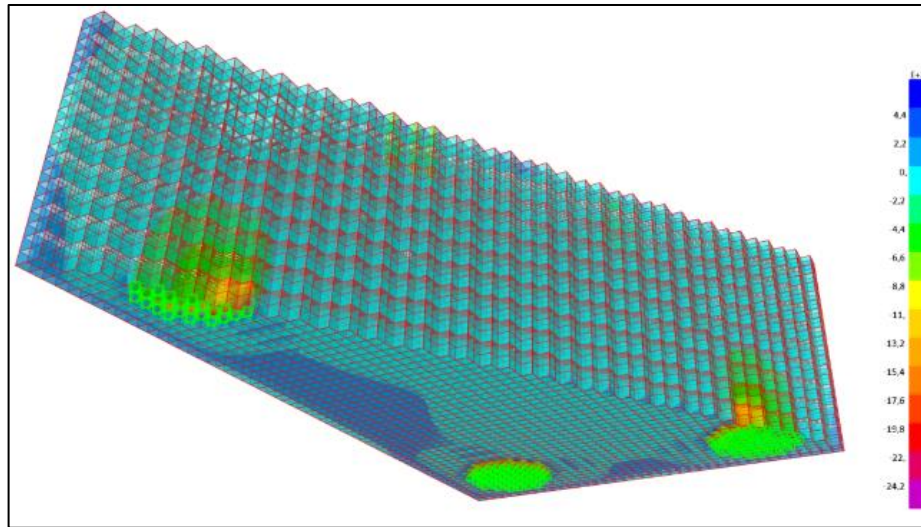
$$\left[ \frac{kN}{m^2} \right]$$

**Ilustración 65 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S33-VISTA SUPERIOR-MODELO SIMPLIFICADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

**Ilustración 66 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S33-VISTA INFERIOR-MODELO SIMPLIFICADO**



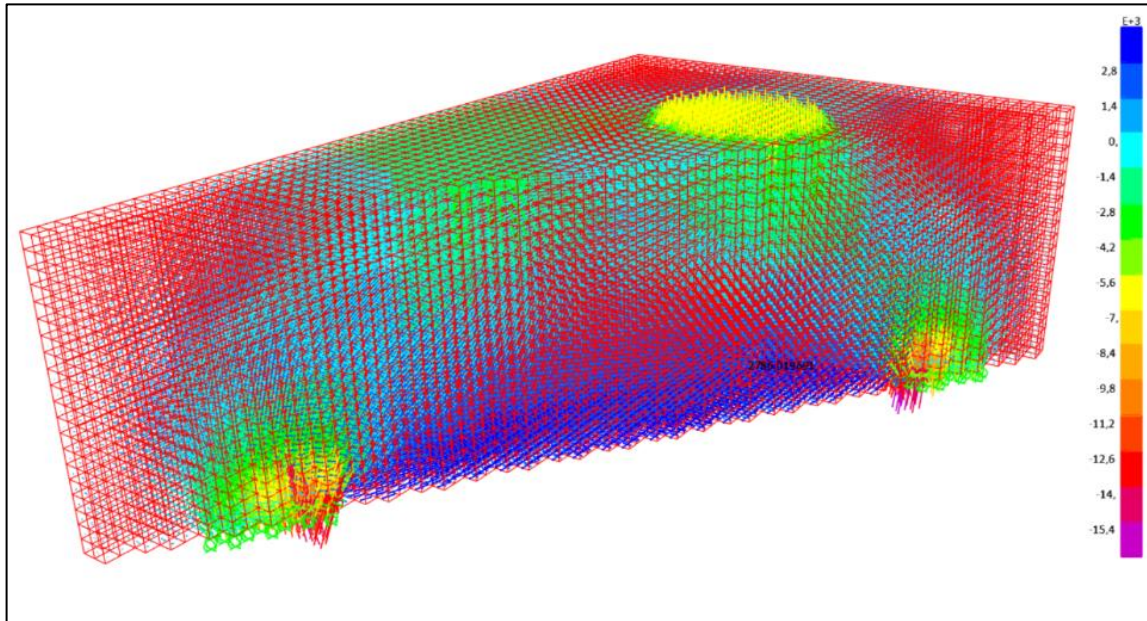
**FUENTE: LOS AUTORES**

- Esta fuerza es concluyente para definir las zonas a compresión y tensión.
- Se observan zonas de compresión sobre los apoyos y sobre las columnas, que podrían representar las zonas nodales que plantea el modelo puntal tensor.
- Como se puede observar, en la zapata domina el color azul celeste, que es un esfuerzo casi nulo, por lo que se puede concluir que hay muy bajos requerimientos para este esfuerzo, aun así, los hay, reducidos, pero los hay, principalmente en los bordes.
- Del hecho anterior, es interesante notar que los apoyos y son los que más se marca este esfuerzo, pero no se evidencia un símil a los puntales y esto se puede deber a que las columnas distribuyen su carga rápidamente de forma diagonal en busca de los pilotes, por lo que no se nota un esfuerzo vertical alto, esto también se puede deber a la gran cantidad de concreto, por lo que los esfuerzos se disipan más rápidamente.

## **I. RESULTADOS VISUALES - FLUJO DE ESFUERZOS**

A continuación, se muestra el resultado para los esfuerzos máximos, que se encuentra en la zapata.  $\left[ \frac{kN}{m} \right]$  Estos máximos son los esfuerzos que se determinan por el círculo de Mohr, es decir, son los esfuerzos principales a un ángulo determinado en donde el esfuerzo cortante es nulo, por ello el ángulo brinda la dirección con la que van viajando y hacia dónde, las cargas principales.

**Ilustración 67 DADO DE PILOTES-RESULTADOS FMAX-VISTA SUPERIOR-MODELO SIMPLIFICADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

- Este flujo de esfuerzos es concluyente para definir el modelo puntal tensor.
- Aquí ya es evidente la similitud del resultado con el modelo puntal tensor, la forma en la que viajan los esfuerzos y las consideraciones que se hacen en el modelo manual.
- Es necesario recalcar que este modelo no corresponde a la realidad común, debido que para este modelo simplificado se tuvieron bastantes simplificaciones para confirmar el modelo manual.
- Es notable, que hay bastantes zonas en blanco, o más tenues, esto es debido a que en estas zonas no se está presentando mayor esfuerzo para los materiales, estas zonas para este análisis en tres dimensiones son más certero, debido a que se presentan más allá de los pilotes, por lo que tales zonas podrían ser suprimidas o de manera más común, generar una sección de zapata trapezoidal.
- Es de anotar que justo por donde se están presentando los mayores flujos, es por donde el modelo manual generó el reticulado, justo para proveer esas zonas que tiene mayores requerimientos.
- Se debe notar, que, en este modelo simplificado, el apoyo no está funcionando a su máxima capacidad, debido a que las carga que generan los puntales inclinados, tienden a dirigirse a la zona más próxima del apoyo, reduciendo su eficiencia y sobre esforzando una zona específica.



- Es interesante notar, que la magnitud de los esfuerzos que generan el puntal es muy baja, esto se puede deber a la gran cantidad de concreto que disipa la carga y también debido a que el modelo aún no soporta momentos, y por ello gran parte de la carga no se convierte en puntal.

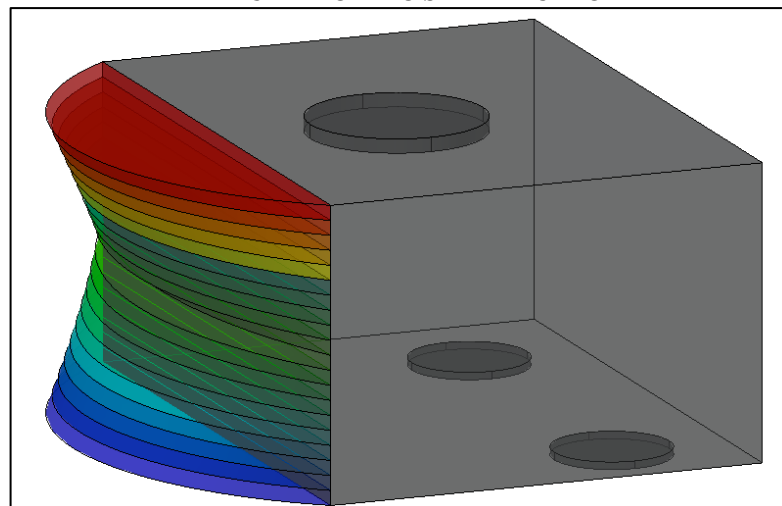
#### J. RESULTADOS VISUALES - ARMADURA HORIZONTAL Y VERTICAL

Es de anotar que para los modelos en tres dimensiones no fue posible extraer información de armadura requerida, esta opción no se da ya que no muestra el módulo de Concrete Design, es posible que en otras versiones este apartado ya sea posible de obtener.

#### K. CUANTIFICACIÓN DE LA Tensión Y COMPRESIÓN

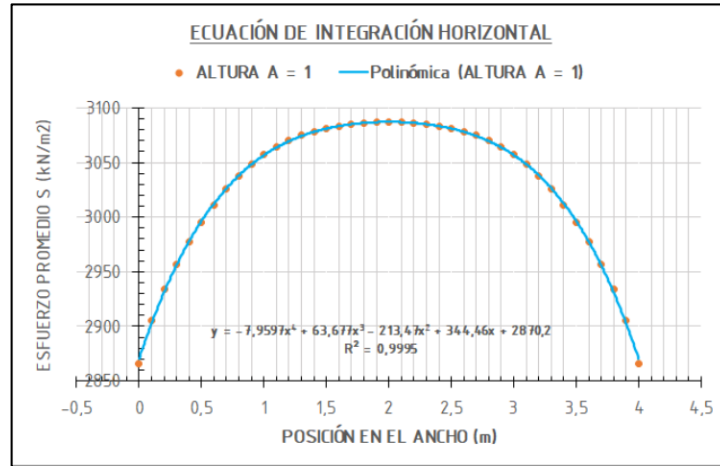
A continuación, se presenta un análisis con respecto a la tensión en la zona inferior y la compresión en la zona superior con el fin de comparar cuantitativamente estos resultados con el modelo puntal tensor. Sap2000 permite extraer información de una sección, para este caso serán los nodos en la sección transversal central de la longitud, estos datos se extraen y consolidan. El problema de determinar esta fuerza es más complejo por tratarse de tres dimensiones, Sap200, da esfuerzos en los nodos, por ello la metodología consistirá en determinar el esfuerzo neto por metro, a cada altura. A continuación, se muestra una ilustración de la metodología para hallar a cada altura una franja de esfuerzo neto. y como se evidencia el esfuerzo no es constante en profundidad, es variable, para efectos prácticos se ilustra para esta variación de esfuerzos a cada altura, de forma circular constante, pero como se indicara en cada gráfica a su respectiva altura, esta variabilidad es polinómica.

**Ilustración 68 DADO DE PILOTES-VARIABILIDAD DE LAS FRANJAS DE ESFUERZOS PARA CADA ALTURA-MODELO SIMPLIFICADO**



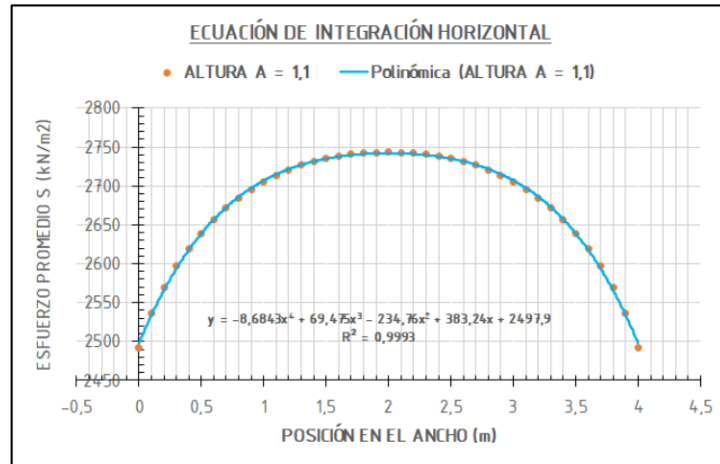
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 7 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.0m-SIMPLIFICADO**



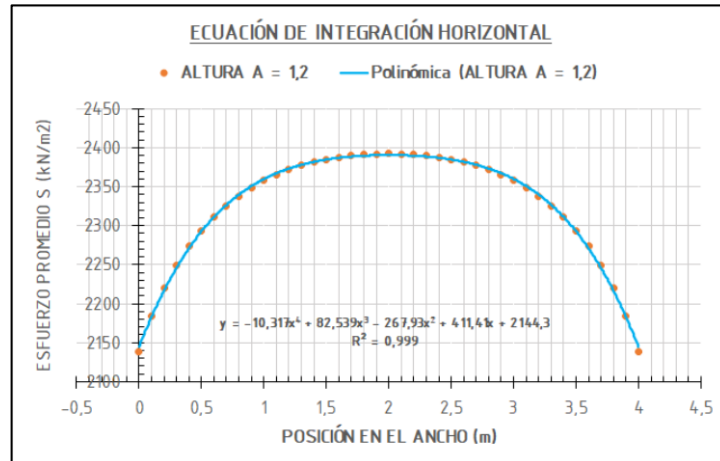
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 8 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.1m-SIMPLIFICADO**



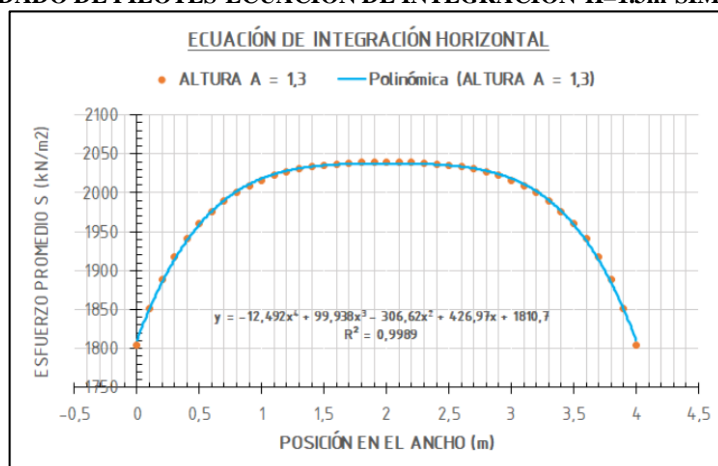
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 9 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.2m-SIMPLIFICADO**



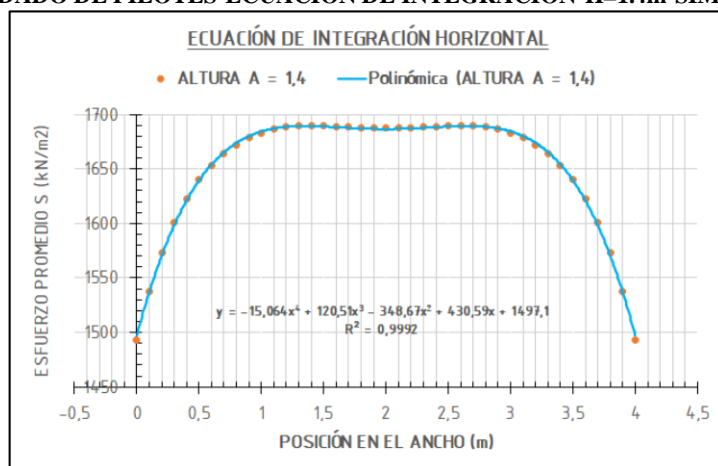
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 10 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.3m-SIMPLIFICADO**



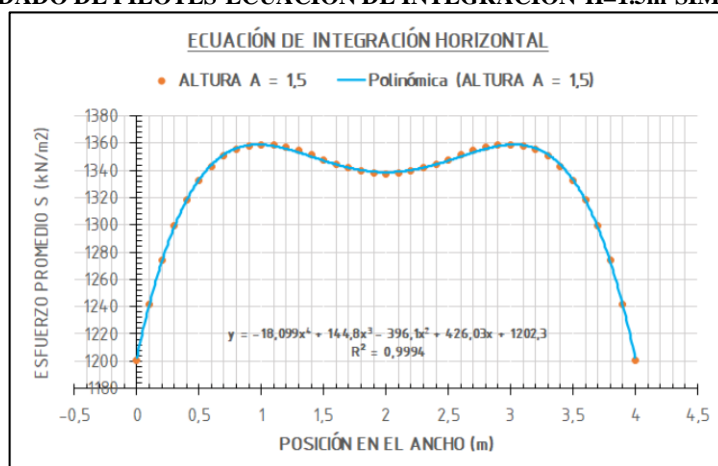
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 11 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.4m-SIMPLIFICADO**



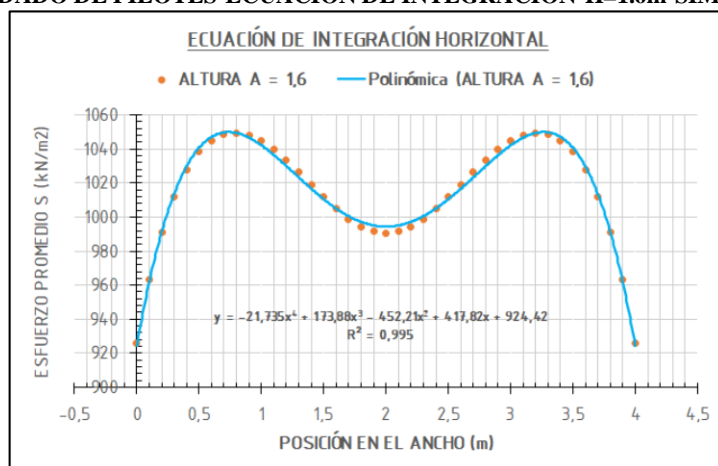
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 12 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.5m-SIMPLIFICADO**



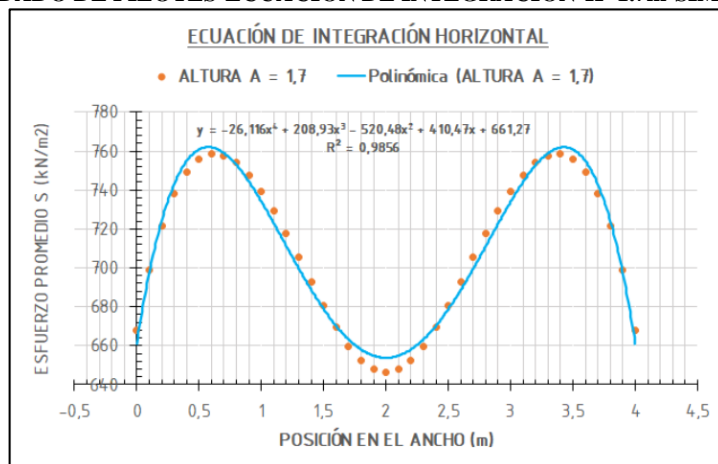
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 13 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.6m-SIMPLIFICADO**



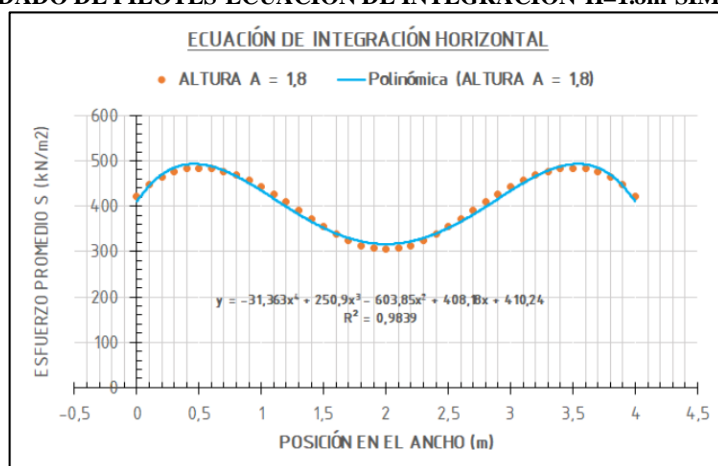
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 14 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.7m-SIMPLIFICADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

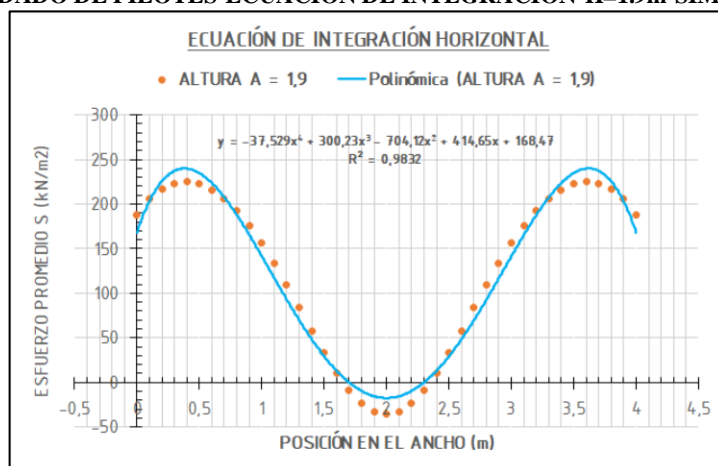
**Gráfica 15 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.8m-SIMPLIFICADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

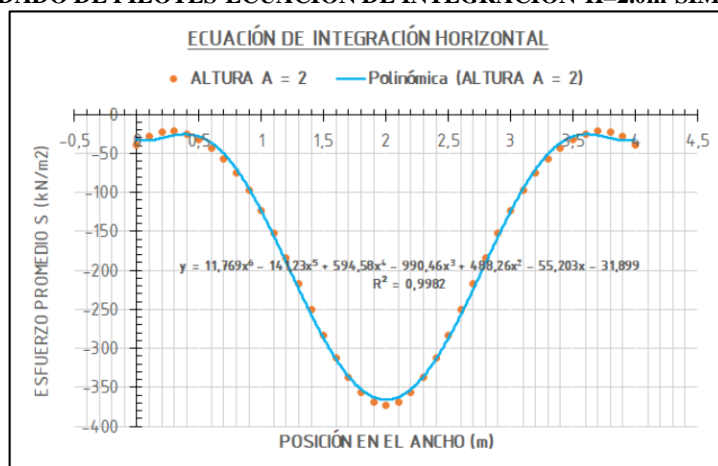


**Gráfica 16 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.9m-SIMPLIFICADO**



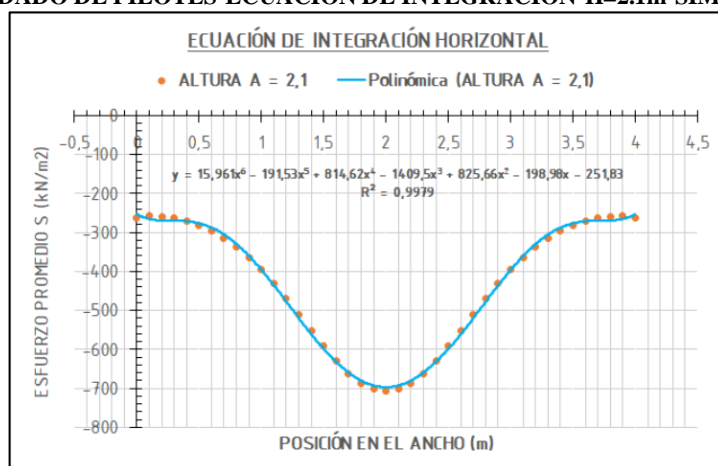
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 17 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.0m-SIMPLIFICADO**



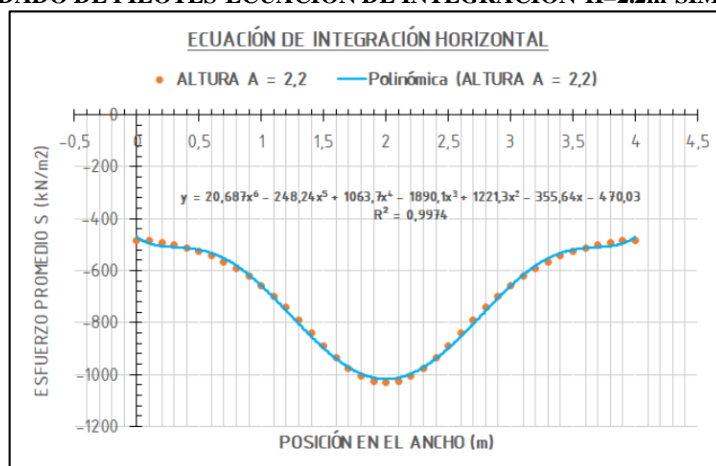
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 18 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.1m-SIMPLIFICADO**



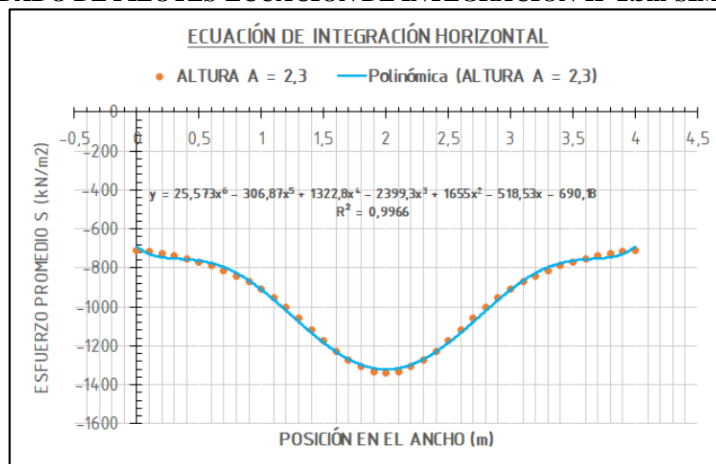
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 19 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.2m-SIMPLIFICADO**



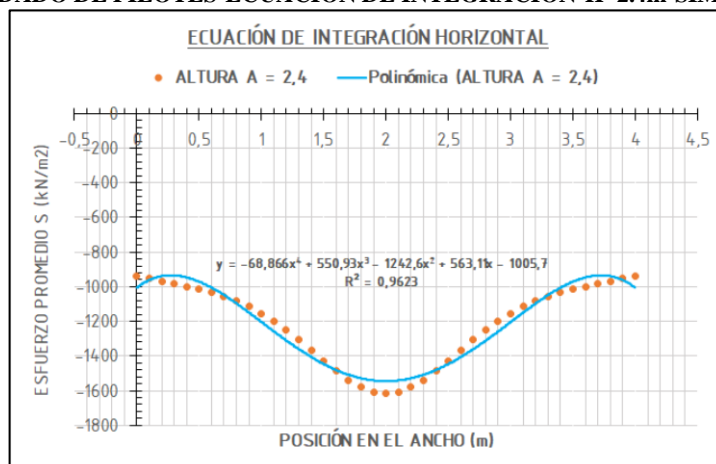
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 20 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.3m-SIMPLIFICADO**



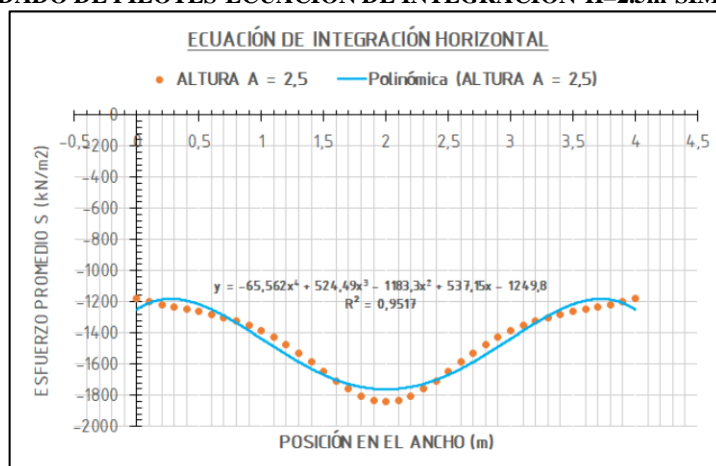
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 21 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.4m-SIMPLIFICADO**



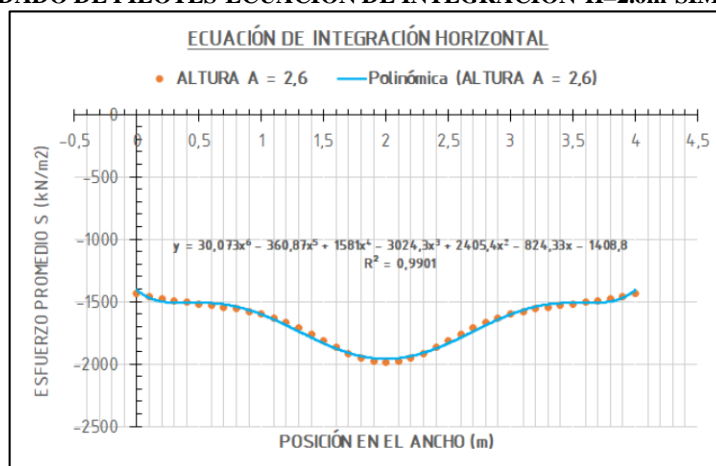
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 22 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.5m-SIMPLIFICADO**



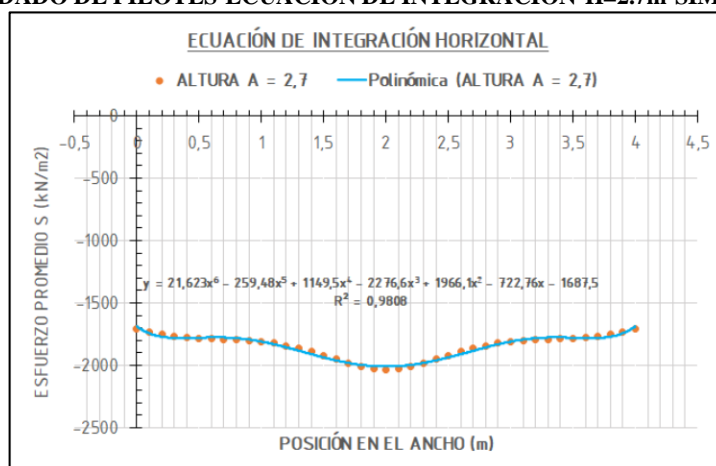
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 23 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.6m-SIMPLIFICADO**



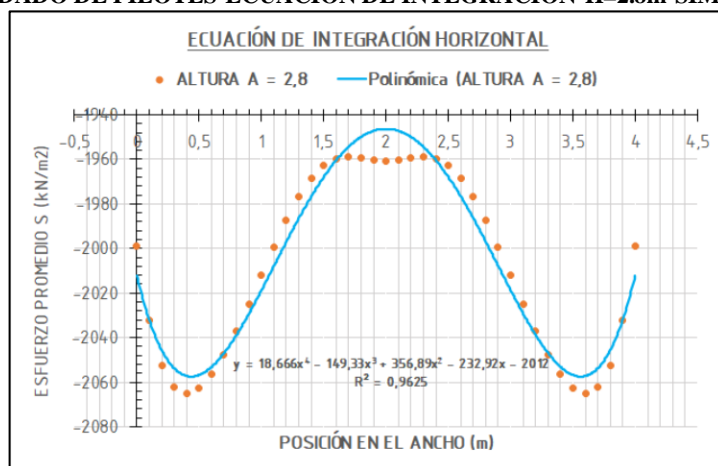
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 24 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.7m-SIMPLIFICADO**



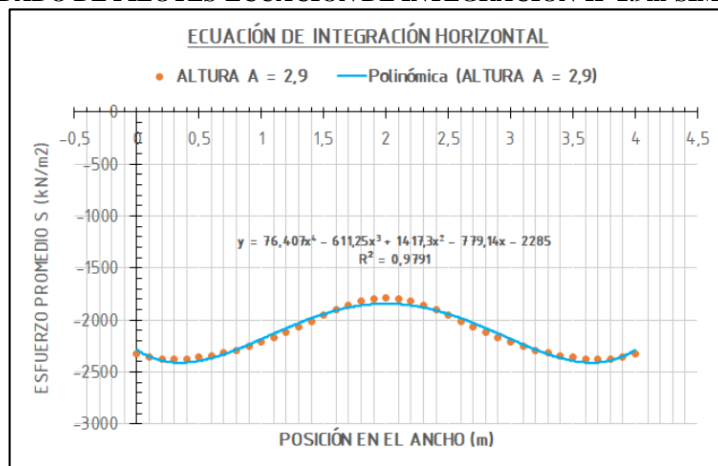
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 25 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.8m-SIMPLIFICADO**



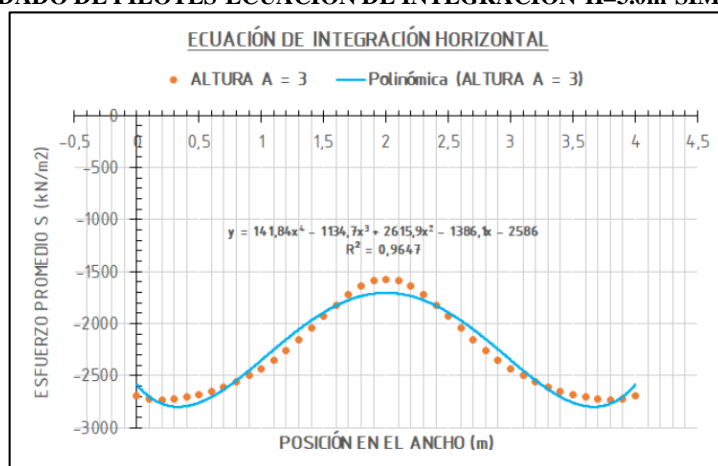
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 26 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.9m-SIMPLIFICADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 27 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=3.0m-SIMPLIFICADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

Estas graficas son un gran apoyo para observar cómo se va distribuyendo y ajustando la tensión desde la fibra inferior hasta la fibra a compresión superior.

Estas graficas van definiendo su variación por cada altura, a estas graficas se les determinó una regresión en Excel, con margen de correlación mínimo de  $[0.95]$ , para que fueran eficientes a la hora de generar una integración y hallar el esfuerzo neto a cada altura. En algunos casos se observó que hay esfuerzos positivos y negativos, con la integral se determinará el esfuerzo neto para tener la variabilidad constante.

El siguiente paso será transcribir estas ecuaciones de ajuste y por cada una, hallar el área que corresponderá con el esfuerzo neto que se genera a cada fibra, en su respectiva altura y posteriormente graficar estas compresiones y tensiones netas para determinar otra grafica de esta variación y hallar una altura de corte y las fuerzas netas de tensión y compresión.

#### ESFUERZO NETO HORIZONTAL

- Ancho del dado, el límite superior:  $L_{sup} := A = 4 \text{ m}$
- Límite inferior:  $L_{inf} := 0$

$$x := L_{sup} \cdot \frac{1}{m} = 4$$

$$\sigma_{1.0} := -\frac{7.9597 \cdot x^5}{5} + \frac{63.677 \cdot x^4}{4} - \frac{213.47 \cdot x^3}{3} + \frac{344.46 \cdot x^2}{2} + 2870.2 \cdot x$$

$$\sigma_{1.0} := \sigma_{1.0} \cdot \frac{kN}{m} = 12127.635 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSIÓN} ]$$

$$\sigma_{1.1} := -\frac{8.6843 \cdot x^5}{5} + \frac{69.475 \cdot x^4}{4} - \frac{234.76 \cdot x^3}{3} + \frac{383.24 \cdot x^2}{2} + 2497.9 \cdot x$$

$$\sigma_{1.1} := \sigma_{1.1} \cdot \frac{kN}{m} = 10717.162 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSIÓN} ]$$

$$\sigma_{1.2} := -\frac{10.317 \cdot x^5}{5} + \frac{82.539 \cdot x^4}{4} - \frac{267.93 \cdot x^3}{3} + \frac{411.41 \cdot x^2}{2} + 2144.3 \cdot x$$

$$\sigma_{1.2} := \sigma_{1.2} \cdot \frac{kN}{m} = 9322.214 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSIÓN} ]$$

$$\sigma_{1.3} := -\frac{12.492 \cdot x^5}{5} + \frac{99.938 \cdot x^4}{4} - \frac{306.62 \cdot x^3}{3} + \frac{426.97 \cdot x^2}{2} + 1810.7 \cdot x$$

$$\sigma_{1.3} := \sigma_{1.3} \cdot \frac{kN}{m} = 7955.004 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSION} ]$$

$$\sigma_{1.4} := -\frac{15.064 \cdot x^5}{5} + \frac{120.51 \cdot x^4}{4} - \frac{348.67 \cdot x^3}{3} + \frac{430.59 \cdot x^2}{2} + 1497.1 \cdot x$$

$$\sigma_{1.4} := \sigma_{1.4} \cdot \frac{kN}{m} = 6622.359 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSION} ]$$

$$\sigma_{1.5} := -\frac{18.099 \cdot x^5}{5} + \frac{144.8 \cdot x^4}{4} - \frac{396.1 \cdot x^3}{3} + \frac{426.03 \cdot x^2}{2} + 1202.3 \cdot x$$

$$\sigma_{1.5} := \sigma_{1.5} \cdot \frac{kN}{m} = 5327.831 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSION} ]$$

$$\sigma_{1.6} := -\frac{21.735 \cdot x^5}{5} + \frac{173.88 \cdot x^4}{4} - \frac{452.21 \cdot x^3}{3} + \frac{417.82 \cdot x^2}{2} + 924.42 \cdot x$$

$$\sigma_{1.6} := \sigma_{1.6} \cdot \frac{kN}{m} = 4070.085 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSION} ]$$

$$\sigma_{1.7} := -\frac{26.116 \cdot x^5}{5} + \frac{208.93 \cdot x^4}{4} - \frac{520.48 \cdot x^3}{3} + \frac{410.47 \cdot x^2}{2} + 661.27 \cdot x$$

$$\sigma_{1.7} := \sigma_{1.7} \cdot \frac{kN}{m} = 2848.23 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSION} ]$$

$$\sigma_{1.8} := -\frac{31.363 \cdot x^5}{5} + \frac{250.9 \cdot x^4}{4} - \frac{603.85 \cdot x^3}{3} + \frac{408.18 \cdot x^2}{2} + 410.24 \cdot x$$

$$\sigma_{1.8} := \sigma_{1.8} \cdot \frac{kN}{m} = 1658.724 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSION} ]$$

$$\sigma_{1.9} := -\frac{37.529 \cdot x^5}{5} + \frac{300.23 \cdot x^4}{4} - \frac{704.12 \cdot x^3}{3} + \frac{414.65 \cdot x^2}{2} + 168.47 \cdot x$$

$$\sigma_{1.9} := \sigma_{1.9} \cdot \frac{kN}{m} = 498.634 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSION} ]$$

$$\sigma_{2.0} := \frac{11.769 \cdot x^7}{7} - \frac{141.23 \cdot x^6}{6} + \frac{594.58 \cdot x^5}{5} - \frac{990.46 \cdot x^4}{4} + \frac{488.26 \cdot x^3}{3} - \frac{55.203 \cdot x^2}{2} - 31.899 \cdot x \quad \leftarrow$$

$$\sigma_{2.0} := \sigma_{2.0} \cdot \frac{kN}{m} = -639.291 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.1} := \frac{15.961 \cdot x^7}{7} - \frac{191.53 \cdot x^6}{6} + \frac{814.62 \cdot x^5}{5} - \frac{1409.5 \cdot x^4}{4} + \frac{825.66 \cdot x^3}{3} \quad \downarrow$$

$$- \frac{198.98 \cdot x^2}{2} - 251.83 \cdot x$$

$$\sigma_{2.1} := \sigma_{2.1} \cdot \frac{kN}{m} = -1752.19 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.2} := \frac{20.687 \cdot x^7}{7} - \frac{248.24 \cdot x^6}{6} + \frac{1063.7 \cdot x^5}{5} - \frac{1890.1 \cdot x^4}{4} + \frac{1221.3 \cdot x^3}{3} \quad \downarrow$$

$$- \frac{355.64 \cdot x^2}{2} - 470.03 \cdot x$$

$$\sigma_{2.2} := \sigma_{2.2} \cdot \frac{kN}{m} = -2837.252 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.3} := \frac{25.573 \cdot x^7}{7} - \frac{306.87 \cdot x^6}{6} + \frac{1322.8 \cdot x^5}{5} - \frac{2399.3 \cdot x^4}{4} + \frac{1655 \cdot x^3}{3} \quad \downarrow$$

$$- \frac{518.53 \cdot x^2}{2} - 690.18 \cdot x$$

$$\sigma_{2.3} := \sigma_{2.3} \cdot \frac{kN}{m} = -3882.54 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.4} := -\frac{68.866 \cdot x^5}{5} + \frac{550.93 \cdot x^4}{4} - \frac{1242.6 \cdot x^3}{3} + \frac{563.11 \cdot x^2}{2} - 1005.7 \cdot x$$

$$\sigma_{2.4} := \sigma_{2.4} \cdot \frac{kN}{m} = -4870.957 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.5} := -\frac{65.562 \cdot x^5}{5} + \frac{524.49 \cdot x^4}{4} - \frac{1183.3 \cdot x^3}{3} + \frac{537.15 \cdot x^2}{2} - 1249.8 \cdot x$$

$$\sigma_{2.5} := \sigma_{2.5} \cdot \frac{kN}{m} = -5805.471 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.6} := \frac{30.073 \cdot x^7}{7} - \frac{360.87 \cdot x^6}{6} + \frac{1581 \cdot x^5}{5} - \frac{3024.3 \cdot x^4}{4} + \frac{2405.4 \cdot x^3}{3} - \frac{824.33 \cdot x^2}{2} - 1408.8 \cdot x$$

$$\sigma_{2.6} := \sigma_{2.6} \cdot \frac{kN}{m} = -6646.955 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.7} := \frac{21.623 \cdot x^7}{7} - \frac{259.48 \cdot x^6}{6} + \frac{1149.5 \cdot x^5}{5} - \frac{2276.6 \cdot x^4}{4} + \frac{1966.1 \cdot x^3}{3} - \frac{722.76 \cdot x^2}{2} - 1687.5 \cdot x$$

$$\sigma_{2.7} := \sigma_{2.7} \cdot \frac{kN}{m} = -7401.584 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.8} := \frac{18.666 \cdot x^5}{5} - \frac{149.33 \cdot x^4}{4} + \frac{356.89 \cdot x^3}{3} - \frac{232.92 \cdot x^2}{2} - 2012 \cdot x$$

$$\sigma_{2.8} := \sigma_{2.8} \cdot \frac{kN}{m} = -8032.03 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.9} := \frac{76.407 \cdot x^5}{5} - \frac{611.25 \cdot x^4}{4} + \frac{1417.3 \cdot x^3}{3} - \frac{779.14 \cdot x^2}{2} - 2285 \cdot x$$

$$\sigma_{2.9} := \sigma_{2.9} \cdot \frac{kN}{m} = -8609.233 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

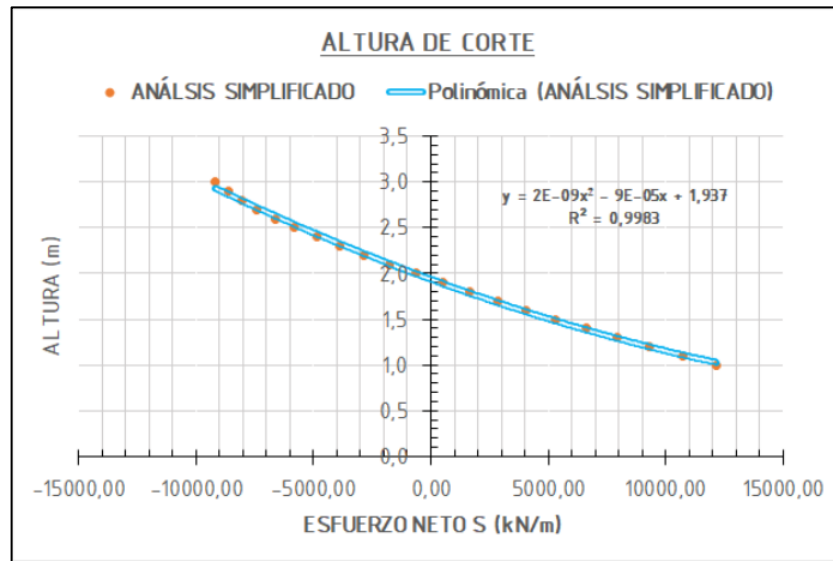
$$\sigma_{3.0} := \frac{141.84 \cdot x^5}{5} - \frac{1134.7 \cdot x^4}{4} + \frac{2615.9 \cdot x^3}{3} - \frac{1386.1 \cdot x^2}{2} - 2586 \cdot x$$

$$\sigma_{3.0} := \sigma_{3.0} \cdot \frac{kN}{m} = -9198.901 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

Estos resultados consolidados se muestran a continuación, ahora con estos datos se procederá a generar los gráficos para hallar la altura de corte y la ecuación de integración.

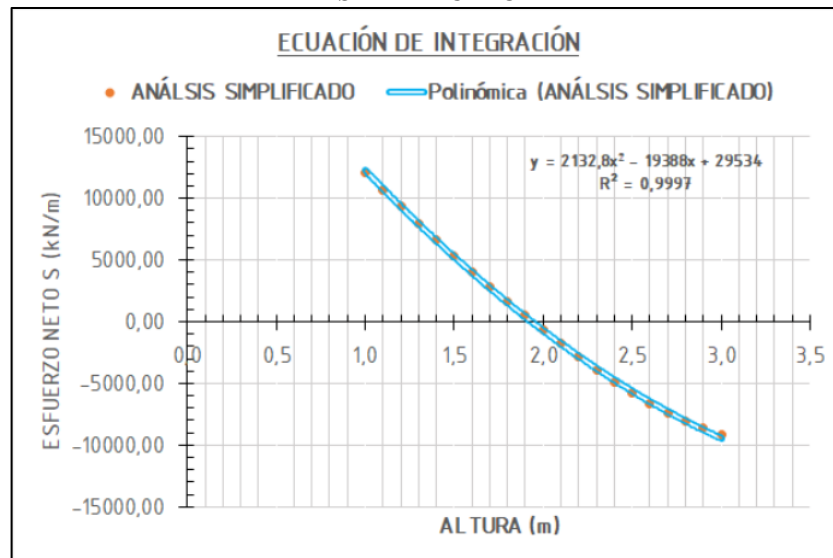


Gráfica 28 DADO DE PILOTES-ALTURA DE CORTE-MODELO SIMPLIFICADO



FUENTE: LOS AUTORES

Gráfica 29 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN DE ESFUERZOS NETOS-MODELO SIMPLIFICADO



FUENTE: LOS AUTORES

Tabla 14 DADO DE PILOTES-CONSOLIDADO DE ESFUERZOS POR CADA ALTURA-MODELO SIMPLIFICADO

ANÁLISIS SIMPLIFICADO	
GlobalZ	S
m	KN/m
1,0	12127,64
1,1	10717,16
1,2	9322,21
1,3	7955,00
1,4	6622,36
1,5	5327,83
1,6	4070,09
1,7	2848,23
1,8	1658,72
1,9	498,63
2,0	-639,29
2,1	-1752,19
2,2	-2837,25
2,3	-3882,54
2,4	-4870,96
2,5	-5805,47
2,6	-6646,96
2,7	-7401,58
2,8	-8032,03
2,9	-8609,23
3,0	-9198,90

FUENTE: LOS AUTORES

#### FUERZA NETA HORIZONTAL

- Límite superior:  $L_{sup} := 3 \text{ m}$
- Altura de corte:  $c := 1.937 \text{ m}$
- Límite inferior:  $L_{inf} := 1 \text{ m}$

Para la compresión:

$$x := L_{sup} \cdot \frac{1}{\text{m}} = 3$$

$$F_{cs} := \frac{2132.8 \cdot x^3}{3} - \frac{19388 \cdot x^2}{2} + 29534 \cdot x = 20551.2$$

$$x := c \cdot \frac{1}{\text{m}} = 1.937$$

$$F_{ci} := \frac{2132.8 \cdot x^3}{3} - \frac{19388 \cdot x^2}{2} + 29534 \cdot x = 26002.524$$

$$F_c := (F_{cs} - F_{ci}) \cdot \text{kN} = -5451.324 \text{ kN} \quad [\text{NEGATIVO COMPRESIÓN}]$$

Para la tensión:

$$x := c \cdot \frac{1}{m} = 1.937$$

$$F_{ts} := \frac{2132.8 \cdot x^3}{3} - \frac{19388 \cdot x^2}{2} + 29534 \cdot x = 26002.524$$

$$x := L_{inf} \cdot \frac{1}{m} = 1$$

$$F_{ti} := \frac{2132.8 \cdot x^3}{3} - \frac{19388 \cdot x^2}{2} + 29534 \cdot x = 20550.933$$

$$F_t := (F_{ts} - F_{ti}) \cdot kN = 5451.591 \text{ kN} \quad [\text{POSITIVO TENSION} ]$$

#### L. CUANTIFICACIÓN DEL ÁNGULO Y CARGA DEL PUNTAL INCLINADO

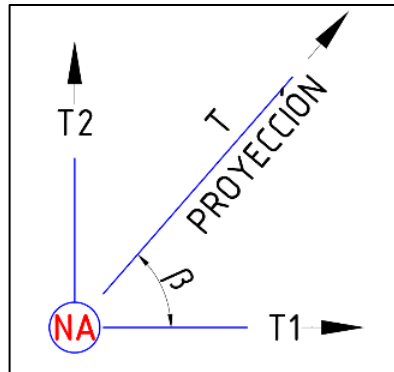
A continuación, se presenta un análisis subjetivo, realizado con el fin de hallar un ángulo y una carga comparativa de los puntales inclinados. Este análisis no pretende cuantificar estas magnitudes de manera exacta, debido a lo complejo que resulta determinar estas dos características por estar inclinados. Pero pretende generar una metodología, la cual se acerca en gran medida a los resultados esperados, por ello, aunque los resultados no sean exactos, puede servir de comparación y control para generar un análisis de resultados.

Estas magnitudes, del puntal y el ángulo, están basadas en las fuerzas de compresión y tensión previamente calculadas, debido a que estas fuerzas se generan por la existencia de la carga de los puntales, por ello, se puede despejar la magnitud de la carga y su dirección, para que se cumplan los esfuerzos de tensión y compresión que han resultado, esto por cada nodo.

- Análisis del nodo sobre apoyo.

Para los nodos sobre apoyo, se analizan en planta, donde se conoce la carga que transmite la tensión inferior, que será la mitad de  $F_t$ , por lo que se descompone la carga de tensión para hallar la tensión proyectada,  $T_P$  y  $T_2$ . Se asume que el ángulo en planta,  $\beta$ , se mantiene constante, debido a que la dirección en planta sí se debería mantener.

**Ilustración 69 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-PLANTA-MODELO SIMPLIFICADO**



FUENTE: LOS AUTORES

$$\beta := 51.34^\circ$$

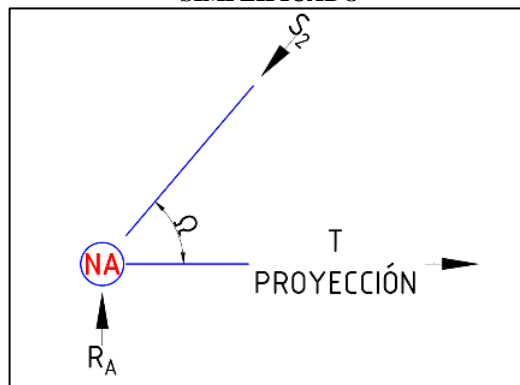
$$T_1 := \frac{F_t}{2} = 2725.795 \text{ kN}$$

$$T_P := \frac{T_1}{\cos(\beta)} = 4363.383 \text{ kN}$$

$$T_2 := \frac{T_1}{\sin(\beta)} = 3490.731 \text{ kN}$$

Y ahora que se conoce la tensión proyectada, se procede a hallar la carga y la dirección de puntal requerido.

**Ilustración 70 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-ALZADO-MODELO SIMPLIFICADO**



FUENTE: LOS AUTORES

$$R_A := 4000 \text{ kN}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[y]$ , se tiene:

$$0 = R_A - S_2 \cdot \sin(\Omega)$$

$$S_2 = \frac{R_A}{\sin(\Omega)}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[x]$ , se tiene:

$$0 = T_P - S_2 \cdot \cos(\Omega)$$

Y reemplazando a  $S_2$ :

$$T_P = \frac{R_A}{\sin(\Omega)} \cdot \cos(\Omega)$$

$$T_P = \frac{R_A}{\tan(\Omega)}$$

Y se despeja a  $\Omega$ :

$$\Omega := \text{atan}\left(\frac{R_A}{T_P}\right) = 42.512^\circ$$

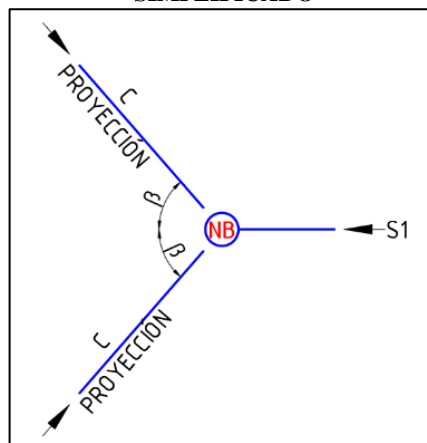
Y finalmente se calcula la carga del puntal:

$$S_2 := \frac{R_A}{\sin(\Omega)} = 5919.385 \text{ kN}$$

- Análisis del nodo bajo la columna.

Para los nodos bajo las columnas, se analizan en planta, donde se conoce la carga que transmite el puntal horizontal a compresión  $S_1$ , esta carga se descompone sobre las proyecciones de los puntales, y también se asume que el ángulo en planta,  $\beta$ , se mantiene constante, debido a que la dirección en planta sí se debería mantener y posteriormente se calcula la carga y dirección del puntal inclinado.

**Ilustración 71 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO BAJO COLUMNA-PLANTA-MODELO SIMPLIFICADO**



FUENTE: LOS AUTORES

$$\beta := 51.34^\circ$$

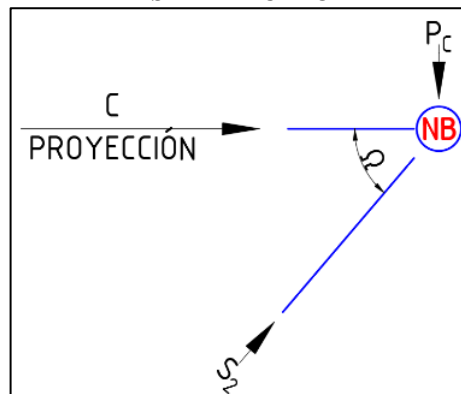
$$S_1 := F_c = -5451.324 \text{ kN}$$

$$0 = S_1 - 2 \cdot (C_P \cdot \cos(\beta))$$

$$C_P := \frac{F_c}{2 \cdot \cos(\beta)} = -4363.17 \text{ kN}$$

Y ahora que se conoce la compresión proyectada, se procede a hallar la carga y la dirección de puntal requerido, teniendo en cuenta que cada puntal inclinado resuelve la mitad de la carga vertical.

**Ilustración 72 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-ALZADO-MODELO SIMPLIFICADO**



FUENTE: LOS AUTORES

$$P_C := \frac{P_C}{2} = 4000 \text{ kN}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[y]$ , se tiene:

$$0 = S_2 \cdot \sin(\Omega) - P_C$$

$$S_2 = \frac{P_C}{\sin(\Omega)}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[x]$ , se tiene:

$$0 = S_2 \cdot \cos(\Omega) - C_P$$

Y reemplazando a  $S_2$ :

$$C_P = \frac{P_C}{\sin(\Omega)} \cdot \cos(\Omega)$$

$$C_P = \frac{P_C}{\tan(\Omega)}$$

Y se despeja a  $\Omega$ :

$$\Omega := \text{atan}\left(\frac{P_C}{C_P}\right) = -42.513^\circ$$

Y finalmente se calcula la carga del puntal:

$$S_2 := \frac{P_C}{\sin(\Omega)} = -5919.227 \text{ kN}$$

## M. ARMADURA DEL TENSOR

A continuación, se determina el acero de refuerzo requerido por los tensores, para ello se hallara el área de acero que se debe proveer.

$$A_{S.T1} := \frac{T_1}{\phi \cdot f_y} = 0.009 \text{ m}^2$$

$$A_{S.T2} := \frac{T_2}{\phi \cdot f_y} = 0.011 \text{ m}^2$$

$$A_{S.T1} = 8653.318 \text{ mm}^2$$

$$A_{S.T2} = 11081.684 \text{ mm}^2$$

Esta área de refuerzo se provee en función del área nominal de acero que tributa cada varilla, estas varillas poseen unas características estándar, según (BAHENA, 2018), de referencia para este caso:

Tabla 15 DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO

DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO					
NÚMERO DE LA BARRA	DIPAMETRO DE REFERENCIA	DIMENSIONES NOMINALES			MASA
		DIÁMETRO	ÁREA	PERÍMETRO	
	IN	mm	mm <sup>2</sup>	mm	kg/m
2	1/4	6,4	32	20	0,250
3	3/8	9,5	71	30	0,560
4	1/2	12,7	129	40	0,994
5	5/8	15,9	199	50	1,552
6	3/4	19,1	284	60	2,235
7	7/8	22,2	387	70	3,042
8	1	25,4	510	80	3,973
9	1 1/8	28,7	645	90	5,060

FUENTE: BAHENA 2018

Para proveer el área de acero requerida se trabajará con el siguiente diámetro de varilla:

$$NO_{VAR} := 8$$

La cual provee un área de:

$$A_{var} := 510 \text{ mm}^2$$

Para ello se requiere la siguiente cantidad de varillas:

$$\#_{var.T1} := \frac{A_{S.T1}}{A_{var}} = 16.967$$

$$\#_{var.T2} := \frac{A_{S.T2}}{A_{var}} = 21.729$$

Por ende, se provee la siguiente cantidad de varillas:

$$\#_{var\_final.T1} := \text{ceil}(\#_{var.T1}) = 17$$

$$\#_{var\_final.T2} := \text{ceil}(\#_{var.T2}) = 22$$

Ahora bien, el área de refuerzo provista final será:

$$A_{S\_final.T1} := A_{var} \cdot \#_{var\_final.T1} = 0.009 \text{ m}^2$$

$$A_{S\_final.T2} := A_{var} \cdot \#_{var\_final.T2} = 0.011 \text{ m}^2$$

$$A_{S\_final.T1} = 8670 \text{ mm}^2$$

$$A_{S\_final.T2} = 11220 \text{ mm}^2$$

## N. CUANTÍA DE ACERO EN LA ZONA DEL TENSOR

A continuación, se determina la cuantía de acero que se requiere en el reticulado, en el alzado longitudinal. Debido a que la zapata en la zona inferior tiene dos tensores, se debe proveer el doble de acero calculado.

$$\rho_{requerido.T1} := \frac{2 \cdot A_{S.T1}}{H \cdot A} = 0.00216$$

$$\rho_{final.T1} := \frac{2 \cdot A_{S\_final.T1}}{H \cdot A} = 0.00217$$

También se determina la cuantía de acero que se requiere en el reticulado, en el ancho transversal. Debido a que la zapata en la zona inferior tiene dos tensores, se debe proveer el doble de acero calculado. Para esta cuantía se calcula, pero su significado no corresponde a lo que se entiende por cuantía, debido a que está armadura se encuentra en la sección transversal sobre los apoyos.

$$\rho_{requerido.T2} := \frac{2 \cdot A_{S.T2}}{H \cdot L} = 0.00185$$

$$\rho_{final.T2} := \frac{2 \cdot A_{S\_final.T2}}{H \cdot L} = 0.00187$$

### 5.3.3 MODELO COMPUTACIONAL DETALLADO

El programa de apoyo para realizar el análisis computacional será Sap2000, en su versión número 21.

#### A. DEFINICIÓN DE LOS MATERIALES

Se inicia definiendo los parámetros de materiales en el programa, que cumplan con los requerimientos para el diseño del dado de pilotes.

- Se recomienda usar las unidades en kN-m-C°.
- El concreto se definió como de  $[3000 \text{ psi}]$ , este material pre detallado es el más similar al concreto de  $[21 \text{ MPa}]$ .



## B. DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SÓLIDOS

Para el análisis, se usará el método de los elementos finitos, por ello en el programa se definen los elementos tipo SOLID.

- La dimensión de estos elementos corresponderá con el detalle con el que se desee trabajar, para el caso de sólidos es recomendable usar una escala apropiada, dependiendo de la geometría y dimensiones del elemento, debido a que entre más pequeño se define mejor la geometría, pero el procedimiento computacional eleva notablemente los requerimientos, para este caso se optó por elemento cúbicos de lado  $[0.1 \text{ m}]$ .
- El material se elegirá en función del concreto, que se definió anteriormente.
- Para generar el cubo, Sap2000 permite usar áreas tipo Shell, y al extruirlas se genera el volumen, por ello se usan las mismas directrices de los elementos Shell gruesos, que serían cuadrados de lado  $[0.1 \text{ m}]$ , que corresponde con la proporción, en planta, de  $\left[\frac{A}{40}\right]$  y  $\left[\frac{L}{60}\right]$ .
- El programa pregunta por la definición del Shell, si es de tipo grueso o delgado: delgado si la flexión domina y grueso si las deformaciones por cortante dominan. Para este caso dominan las deformaciones por cortante, además, se usa el criterio de  $\left[\frac{l_{shell}}{h_{shell}} < 20\right]$ , para que se considere grueso, lo que resulta en:  $\left[\frac{0.1 \text{ m}}{0.1 \text{ m}}\right] = [1]$ .
- Una vez se tiene una capa a una altura, simplemente se replica la cantidad necesaria para generar el dado de pilotes.
- A continuación, se muestra una captura del programa para la definición de los elementos Shell:

**Ilustración 73 DADO DE PILOTES-DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SHELL**

Shell Section Data

Section Name: DP-ÁREA

Section Notes: Modify/Show...

Display Color: [Blue Square]

Type:

- ☐ Shell - Thin
- ☒ Shell - Thick
- ☐ Plate - Thin
- ☐ Plate Thick
- ☐ Membrane
- ☐ Shell - Layered/Nonlinear

Modify/Show Layer Definition...

Thickness:

Membrane: 0,2

Bending: 0,2

Material:

Material Name: + 3000Psi

Material Angle: 0,

Time Dependent Properties:

Set Time Dependent Properties...

Concrete Shell Section Design Parameters:

Modify/Show Shell Design Parameters...

Stiffness Modifiers:

Set Modifiers...

Temp Dependent Properties:

Thermal Properties...

OK Cancel

**FUENTE: LOS AUTORES**

- Y la captura del programa para la definición de los elementos sólidos:

**Ilustración 74 DADO DE PILOTES-DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS SÓLIDOS**

Solid Property Data

Property Name: DP-SÓLIDO

Section Notes: Modify/Show...

Display Color: [Grey Square]

Material:

Material Name: + 3000Psi

Material Angle A: 0,

Material Angle B: 0,

Material Angle C: 0,

Type:

☒ Incompatible Modes

OK Cancel

**FUENTE: LOS AUTORES**

### C. DEFINICIÓN DE LAS CARGAS

Se define el patrón de carga como "EXTERNA", esta carga es arbitraria y sin ningún precedente, en la realidad representará la carga última que se calcule que recibirá el elemento, y por cada combinación o estado límite se deberá realizar el

análisis de la viga. Debido a que este dado de pilotes pretende representar con fidelidad las restricciones típicas de estos elementos, la carga puntual se distribuirá en los nodos internos que contempla el ancho de la columna, y anexando un tramo de las columnas y de los pilotes para este fin, no se debe olvidar que se debe intentar generar esta distribución similar a un círculo.

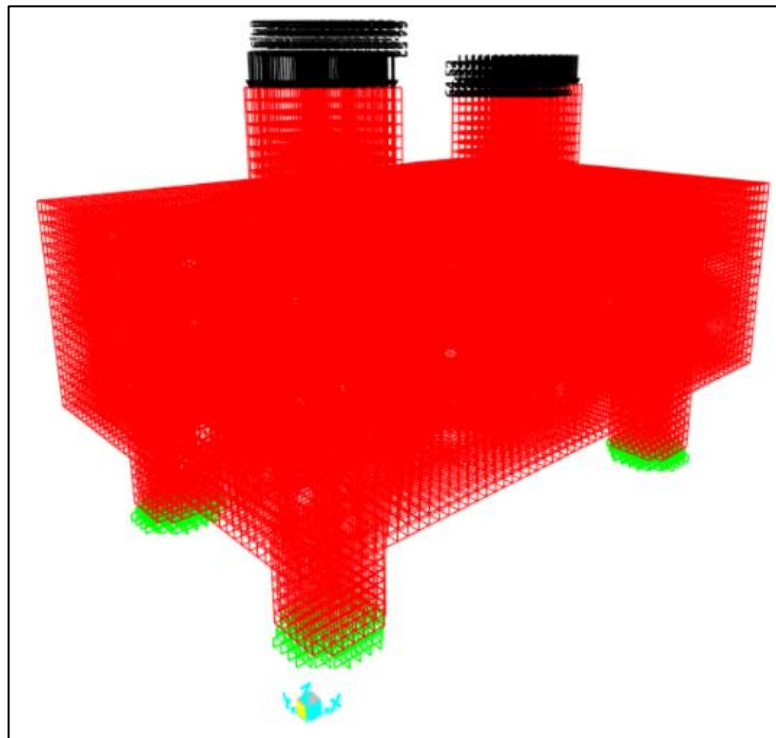
#### D. DEFINICIÓN DE LOS APOYOS

En la situación que se encuentra este dado de pilotes, tiene la finalidad de representar con fidelidad las restricciones típicas de estos elementos, para que esto se dé, el modelo computacional ahora considera sus principales restricciones, por ello, los apoyos se les permitirá la retención y transmisión de momentos, y se definirá la zona de apoyos con restricciones que corresponden con los de tercer género.

#### E. MODELO COMPUTACIONAL

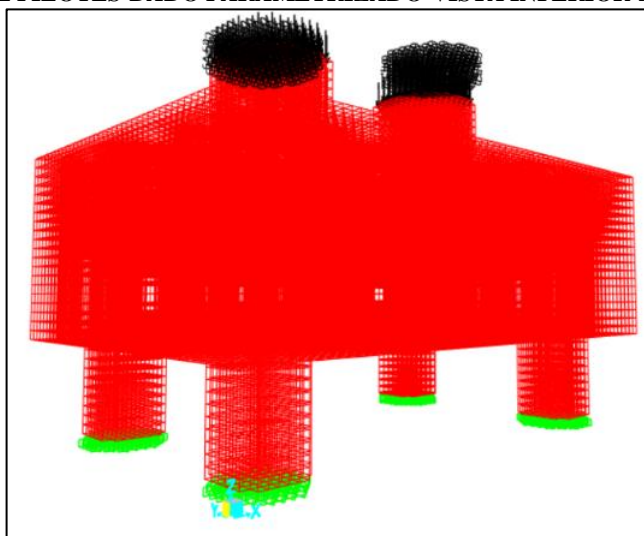
A continuación, se muestra cómo se parametrizó el dado de pilotes para realizar el análisis en el programa.

**Ilustración 75 DADO DE PILOTES-DADO PARAMETRIZADO-VISTA SUPERIOR-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

**Ilustración 76 DADO DE PILOTES-DADO PARAMETRIZADO-VISTA INFERIOR-MODELO DETALLADO**

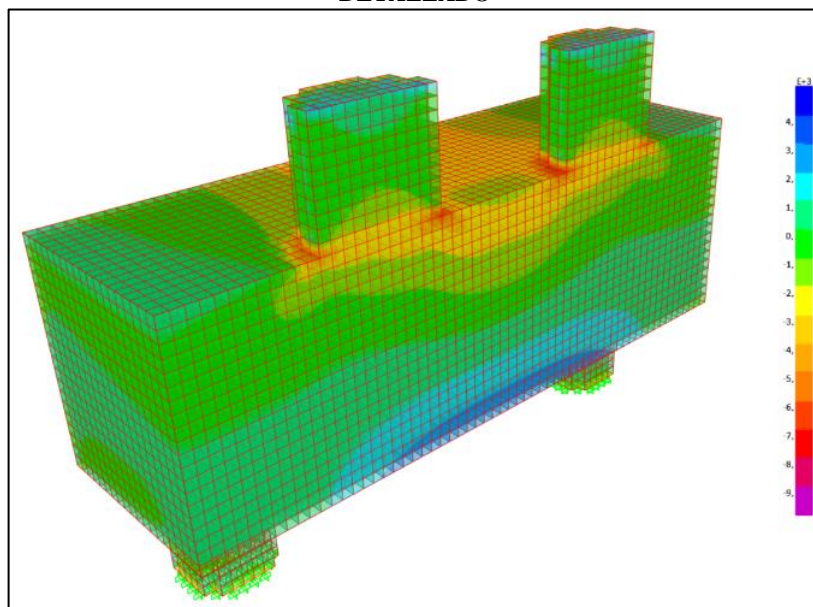


FUENTE: LOS AUTORES

#### F. RESULTADOS VISUALES - $[S_{11}]$

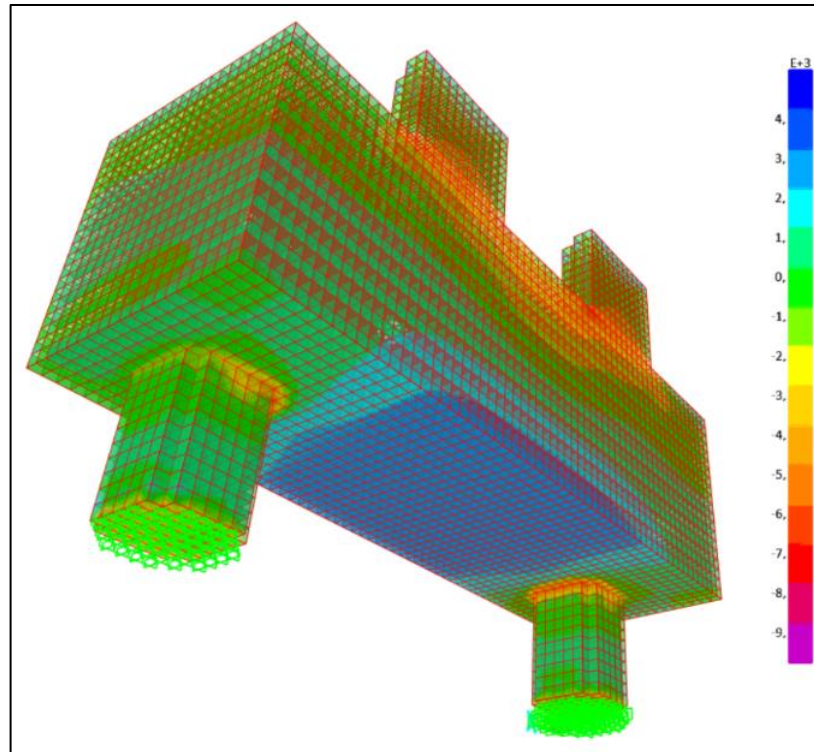
A continuación, se muestra el resultado para el esfuerzo "1-1", que para efectos prácticos es esfuerzo en la longitud, se muestra en cortes longitudinales por la mitad del ancho de la zapata.  $\left[ \frac{kN}{m^2} \right]$

**Ilustración 77 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S11-VISTA SUPERIOR-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

**Ilustración 78 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S11-VISTA INFERIOR-MODELO DETALLADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

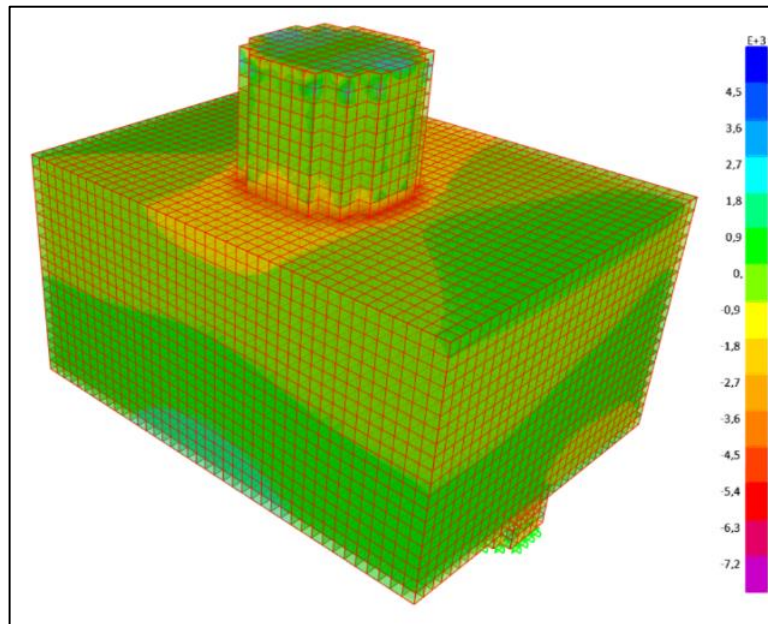
- Esta fuerza es concluyente para definir las zonas a compresión y tensión.
- Como se puede observar, la zona superior, en color verde, es una zona a compresión, que se distribuye principalmente en las inmediaciones de las columnas, se sabe que es compresión porque estos valores tienden a ser negativos según la escala.
- También se observan zonas de compresión sobre los apoyos, que podrían representar las zonas nodales que plantea el modelo puntal tensor.
- También se puede observar, la zona inferior, en color azul, es una zona a tensión, que se distribuye principalmente en medio de los pilotes, se sabe que es tensión porque estos valores tienden a ser positivos según la escala.
- La forma en la que se observa que está trabajando la zapata, es de una forma muy similar a una viga que cumple la flexión, existe un eje centroidal en el que hay cambio de esfuerzos funcionando como un par de fuerzas para generar la resistencia, pero ahora es más evidente que los mayores requerimientos se generan en el interior de las columnas y pilotes, lo referente a las zonas externas a estos, tiende a tener bajos o nulos, esfuerzos.

- Es interesante notar una compresión más alta en la zona superior cerca a los bordes, más que en el centro, esto se podría deber a la excentricidad de los pilotes, que generan la compresión en la zona superior.
- En la zona inferior también se nota este hecho, anteriormente mencionado, donde sí existe tensión bajo las columnas, pero contrario al análisis simplificado ahora la tensión se distribuye en casi toda la sección transversal.

#### G. RESULTADOS VISUALES - $[S_{22}]$

A continuación, se muestra el resultado para el esfuerzo "2-2", que para efectos prácticos es esfuerzo en el ancho, se muestra en cortes transversales en la mitad de la longitud de la zapata.  $\left[ \frac{kN}{m^2} \right]$

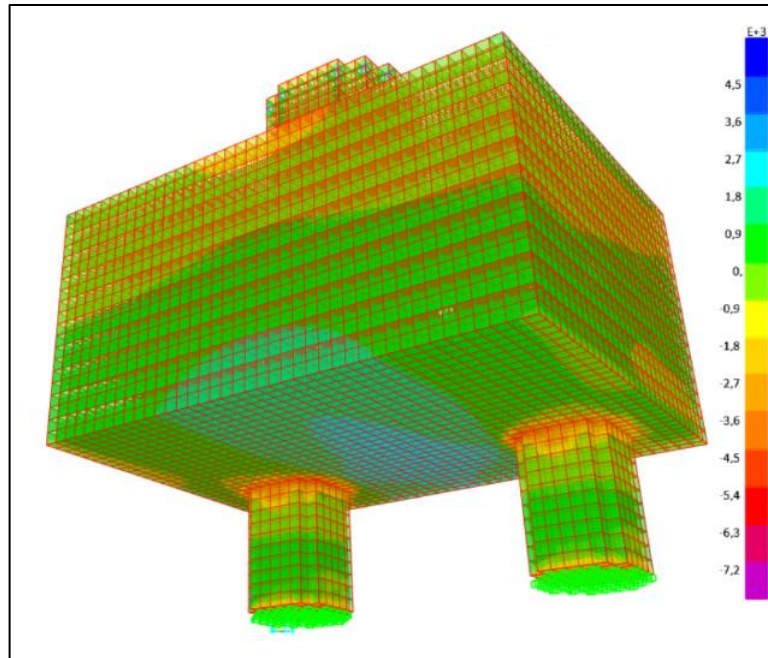
**Ilustración 79 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S22-VISTA SUPERIOR-MODELO DETALLADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**



**Ilustración 80 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S22-VISTA INFERIOR-MODELO DETALLADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

- Esta fuerza es concluyente para definir las zonas a compresión y tensión.
- Se observan zonas de compresión sobre los apoyos, que podrían representar las zonas nodales que plantea el modelo puntal tensor.
- Como se puede observar, la sección transversal domina el color amarillo y verde, trabajando de una forma muy similar a una viga que cumple la flexión, existe un eje centroidal en el que hay cambio de esfuerzos funcionando como un par de fuerzas para generar la resistencia, pero ahora se evidencia un menor requerimiento por tensión en la zona inferior del dado, y un aumento en la zona a compresión superior, esto se puede deber a los efectos generados por los momentos en las pilas, haciendo que disminuya la tensión y aumente la compresión.
- Del hecho anterior, es de recalcar que los mayores esfuerzos, sea de tensión o compresión, se generan en las inmediaciones de las columnas y por la zona inferior en el centro, esto es debido a que por la mitad de la longitud se encuentra el mayor voladizo o distancia a los apoyos, haciendo mayores estos esfuerzos transversales.
- También es muy importante notar, que entre los pilotes que están en el extremo, se evidencia una tensión entre ellos, que determinará un posible

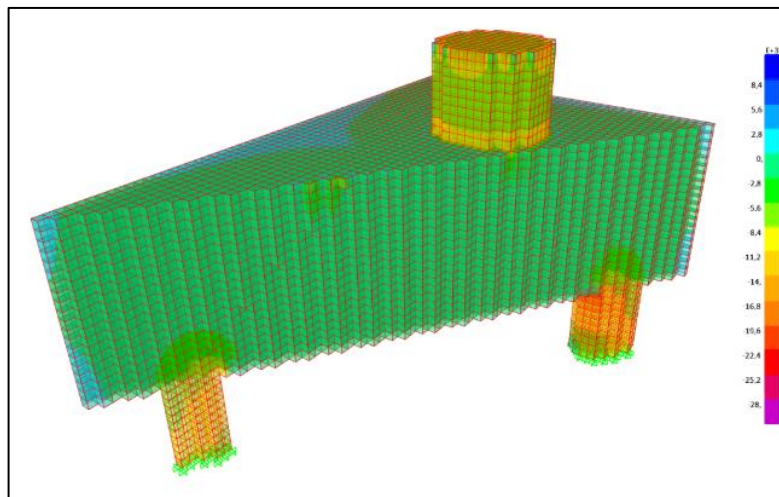
tensor en el modelo puntal tensor, pero ahora, respecto al modelo simplificado, esta tensión es menor.

#### H. RESULTADOS VISUALES - $[S_{33}]$

A continuación, se muestra el resultado para el esfuerzo "3-3", que para efectos prácticos es esfuerzo vertical, se muestra en la mitad de la diagonal de la zapata.

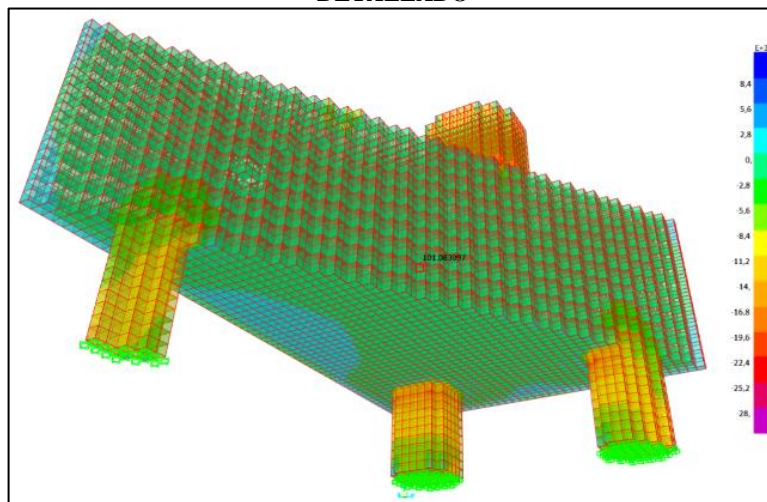
$$\left[ \frac{kN}{m^2} \right]$$

**Ilustración 81 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S33-VISTA SUPERIOR-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

**Ilustración 82 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES S33-VISTA INFERIOR-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

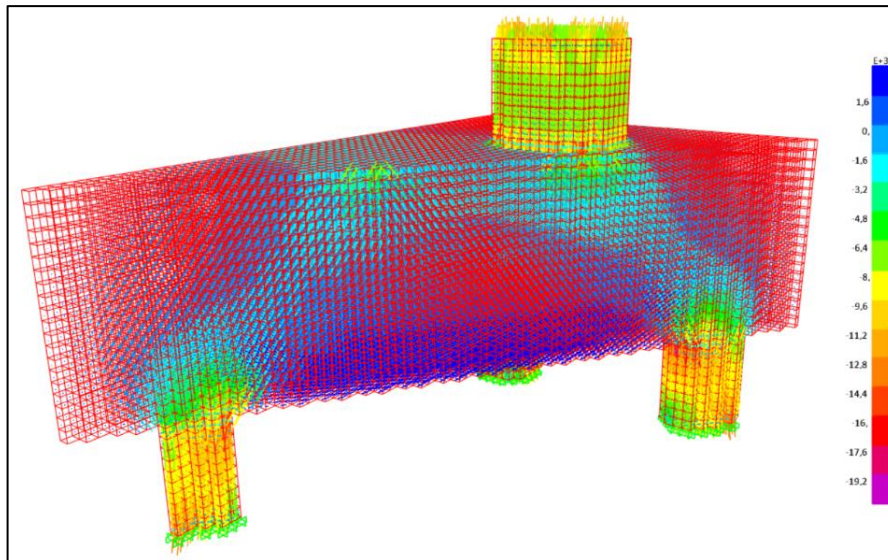


- Esta fuerza es concluyente para definir las zonas a compresión y tensión.
- Se observan zonas de compresión sobre los apoyos y sobre las columnas, que podrían representar las zonas nodales que plantea el modelo puntal tensor.
- Como se pudo observar, en la zapata domina el color verde claro, que representa que casi todo el dado de pilotes se encuentra trabajando a la compresión, en su mayoría, al contrario del modelo simplificado que este esfuerzo se mantenía neutro, dependiendo la resistencia de los esfuerzos transversales netamente.
- Del hecho anterior, es interesante notar que los apoyos y son los que más se marca este esfuerzo, pero no se evidencia un símil a los puntales y esto se puede deber a que las columnas distribuyen su carga rápidamente de forma diagonal en busca de los pilotes, por lo que no se nota un esfuerzo vertical alto, esto también se puede deber a la gran cantidad de concreto, por lo que los esfuerzos se disipan más rápidamente.

## I. RESULTADOS VISUALES - FLUJO DE ESFUERZOS

A continuación, se muestra el resultado para los esfuerzos máximos, que se encuentra en la zapata.  $\left[ \frac{kN}{m} \right]$  Estos máximos son los esfuerzos que se determinan por el círculo de Mohr, es decir, son los esfuerzos principales a un ángulo determinado en donde el esfuerzo cortante es nulo, por ello el ángulo brinda la dirección con la que van viajando y hacia dónde, las cargas principales.

**Ilustración 83 DADO DE PILOTES-RESULTADOS FMAX-VISTA SUPERIOR-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

- Este flujo de esfuerzos es concluyente para definir el modelo puntal tensor.
- Aquí es evidente la similitud del resultado con el modelo puntal tensor, la forma en la que viajan los esfuerzos, se puede notar esfuerzos que en el modelo simplificado no son tan evidentes, como los esfuerzos que acumulan y sostienen los apoyos y las columnas, haciendo que los mayores esfuerzos se concentren en la parte superior.
- Este modelo intenta corresponder a la realidad común, debido que para este modelo si se tuvieron las consideraciones comunes de este tipo de estructuras, principalmente su resistencia a momentos.
- Es notable, que hay bastantes zonas en blanco, o más tenues, esto es debido a que en estas zonas no se está presentando mayor esfuerzo para los materiales.
- Es de anotar que justo por donde se están presentando los mayores flujos, es por donde el modelo manual generó el reticulado, justo para proveer esas zonas que tiene mayores requerimientos.
- Es interesante ver que los esfuerzos que generan los puntales inclinados, se observa una reducción en la mitad de su longitud, esto se puede deber a la gran cantidad de concreto en la zona, que ayuda a la disipación de la carga.

#### J. RESULTADOS VISUALES - ARMADURA HORIZONTAL Y VERTICAL

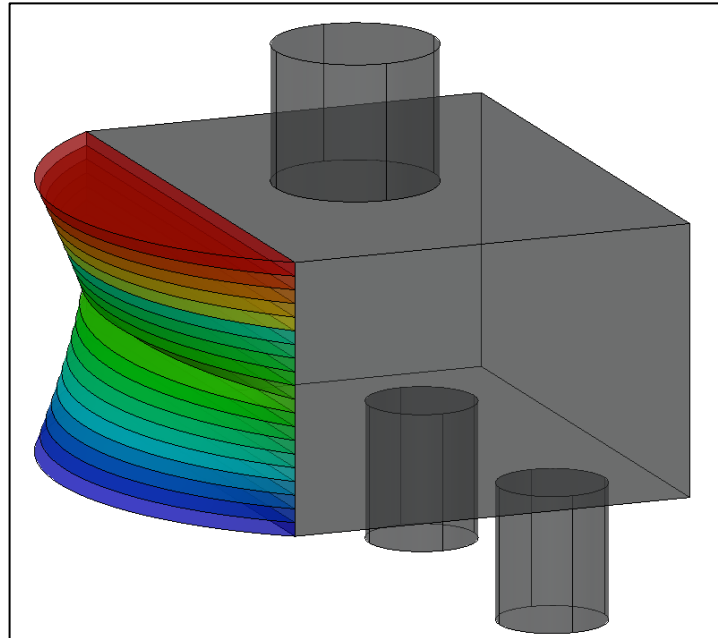
Es de anotar que para los modelos en tres dimensiones no fue posible extraer información de armadura requerida, esta opción no se da ya que no muestra el módulo de Concrete Design, es posible que en otras versiones este apartado ya sea posible de obtener.

#### K. CUANTIFICACIÓN DE LA TENSIÓN Y COMPRESIÓN

A continuación, se presenta un análisis con respecto a la tensión en la zona inferior y la compresión en la zona superior con el fin de comparar cuantitativamente estos resultados con el modelo puntal tensor. Sap2000 permite extraer información de una sección, para este caso serán los nodos en la sección transversal central de la longitud, estos datos se extraen y consolidan. El problema de determinar esta fuerza es más complejo por tratarse de tres dimensiones, Sap2000, da esfuerzos en los nodos, por ello la metodología consistirá en determinar el esfuerzo neto por metro, a cada altura. A continuación, se muestra una ilustración de la metodología para hallar a cada altura una franja de esfuerzo neto y como se evidencia el esfuerzo no es constante en profundidad, es variable, para efectos prácticos se ilustra para esta variación de esfuerzos a cada altura, de

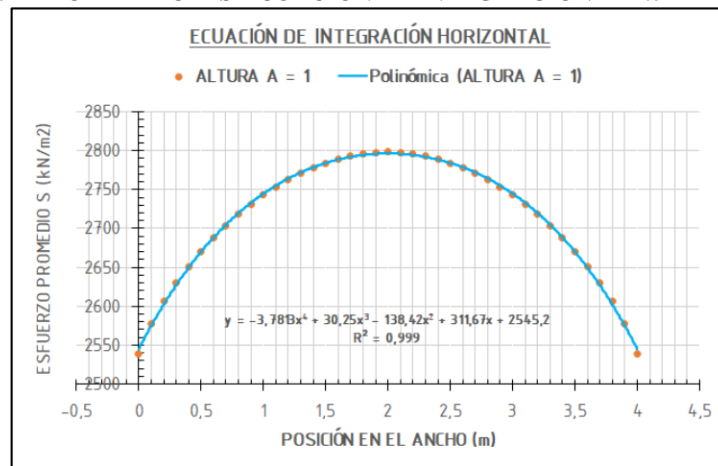
forma circular constante, pero como se indicara en cada gráfica a su respectiva altura, esta variabilidad es polinómica.

**Ilustración 84 DADO DE PILOTES-VARIABILIDAD DE LAS FRANJAS DE ESFUERZOS PARA CADA ALTURA-MODELO DETALLADO**



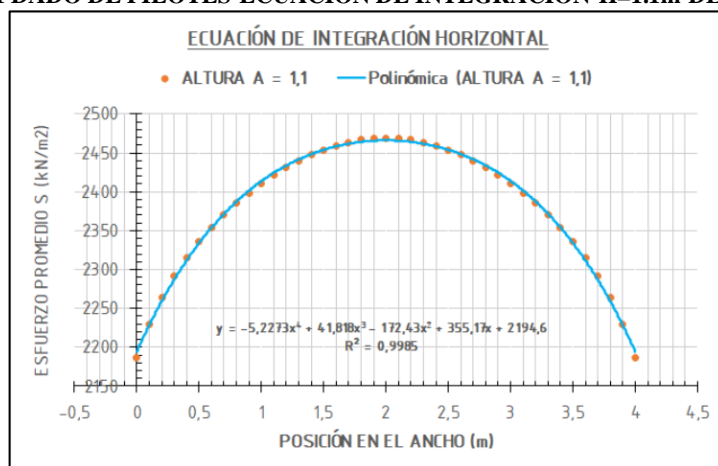
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 30 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.0m-DETALLADO**



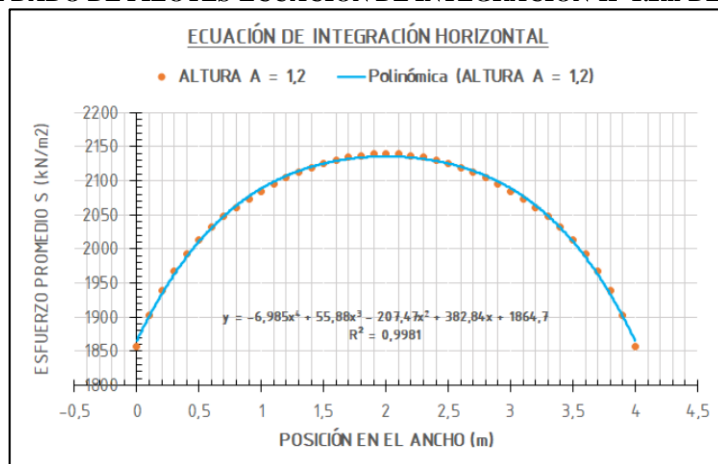
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 31 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.1m-DETALLADO**



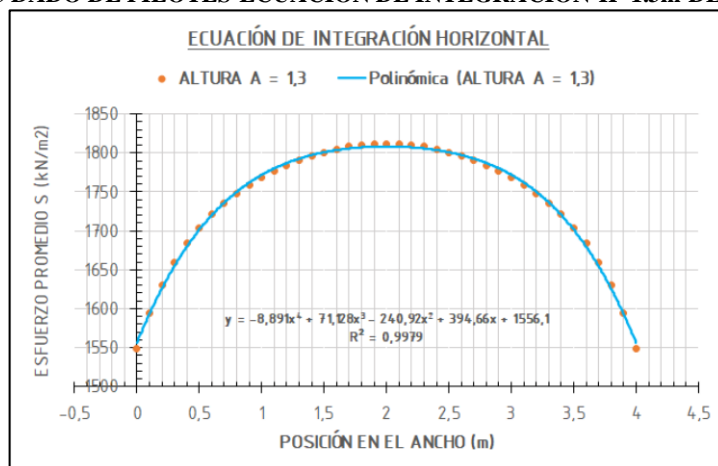
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 32 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.2m-DETALLADO**



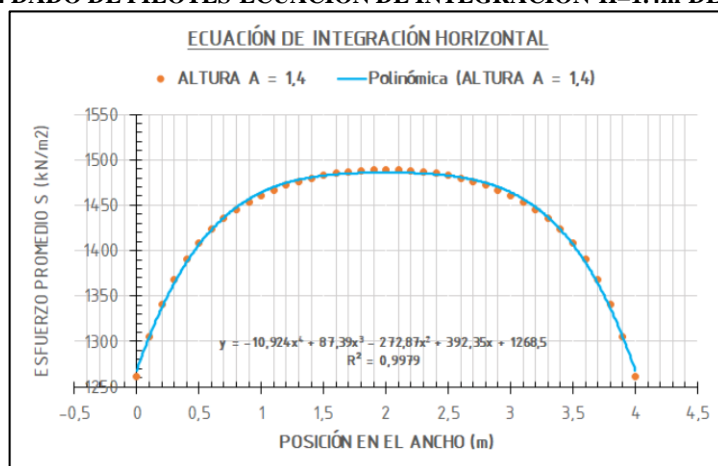
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 33 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.3m-DETALLADO**



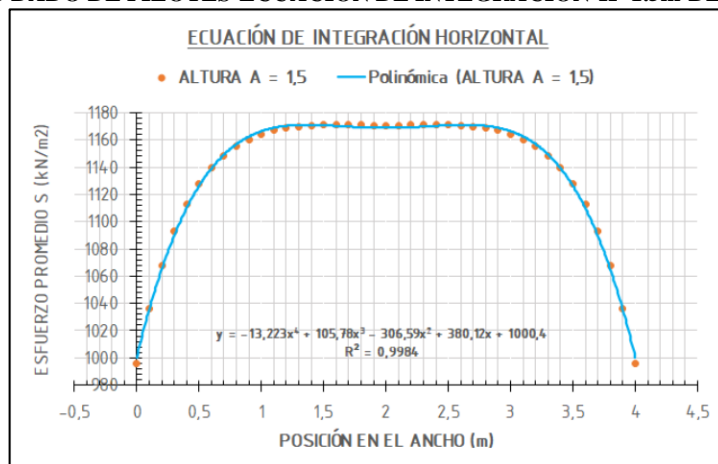
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 34 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.4m-DETALLADO**



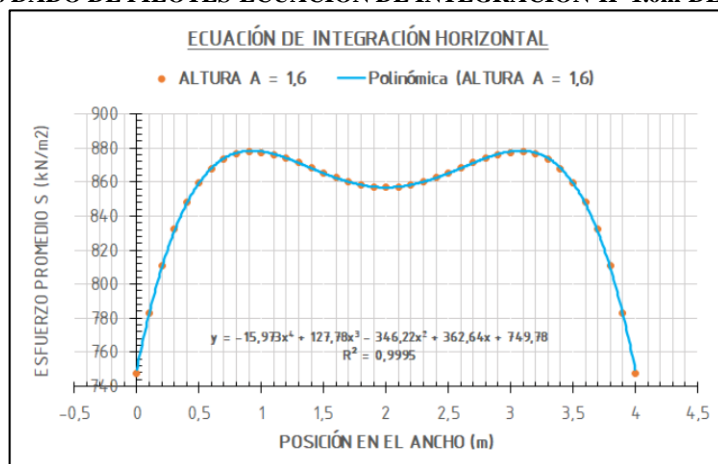
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 35 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.5m-DETALLADO**



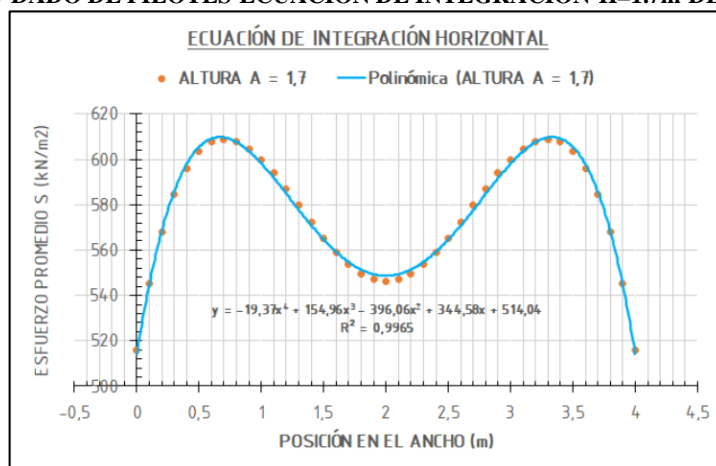
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 36 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.6m-DETALLADO**



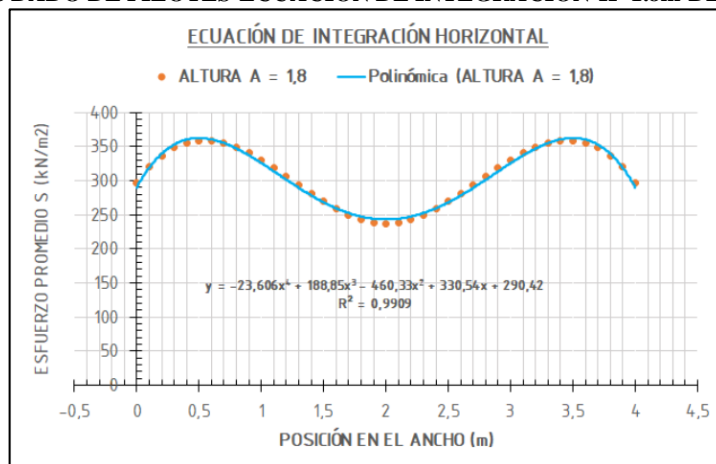
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 37 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.7m-DETALLADO**



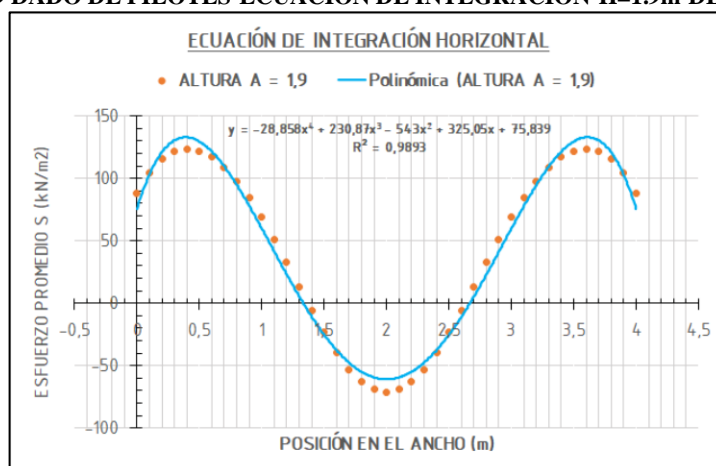
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 38 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.8m-DETALLADO**



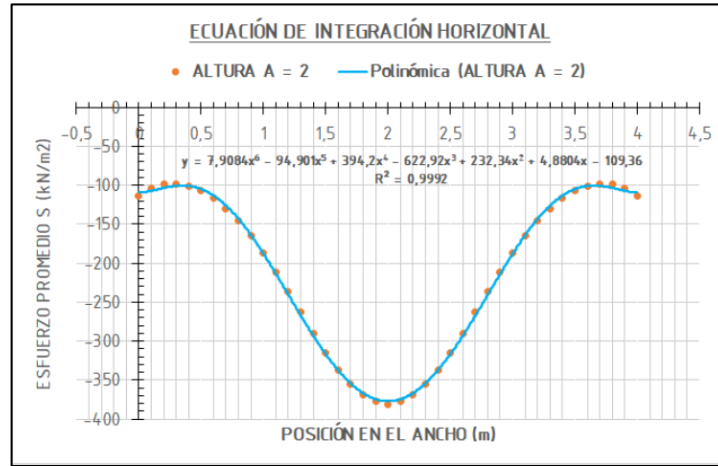
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 39 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=1.9m-DETALLADO**



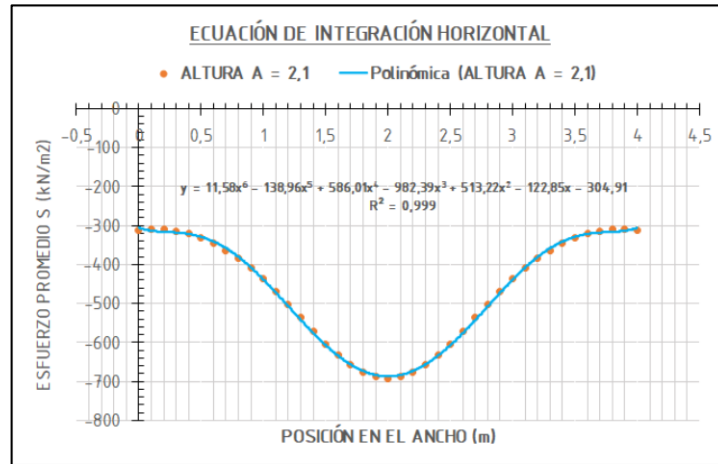
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 40 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.0m-DETALLADO**



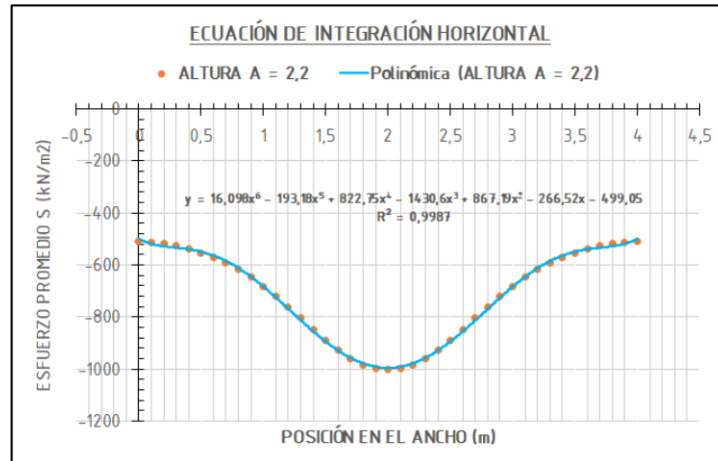
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 41 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.1m-DETALLADO**



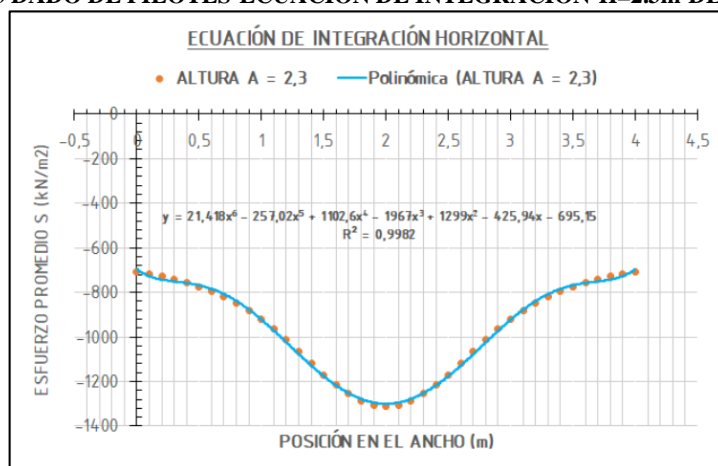
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 42 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.2m-DETALLADO**



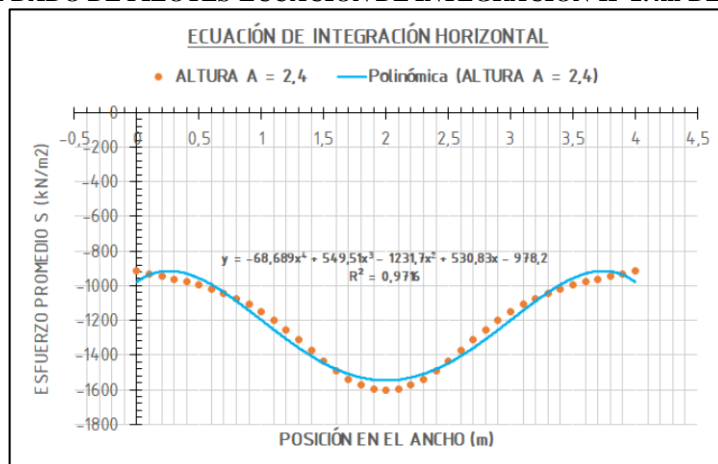
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 43 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.3m-DETALLADO**



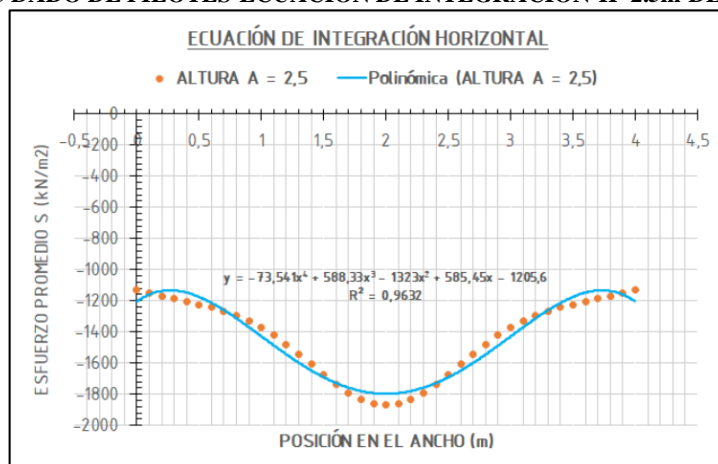
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 44 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.4m-DETALLADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

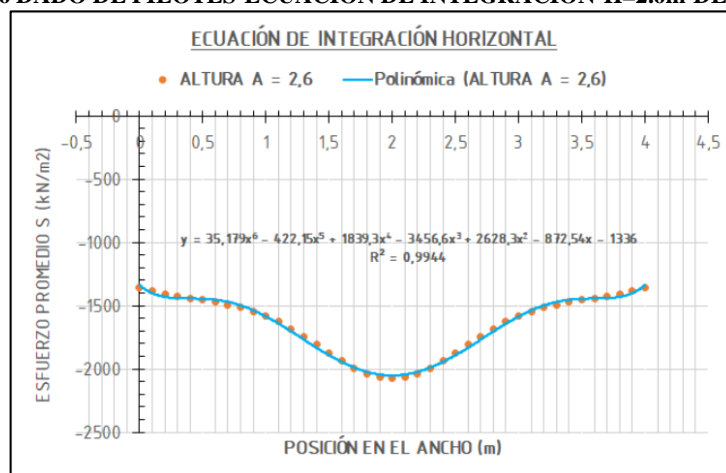
**Gráfica 45 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.5m-DETALLADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

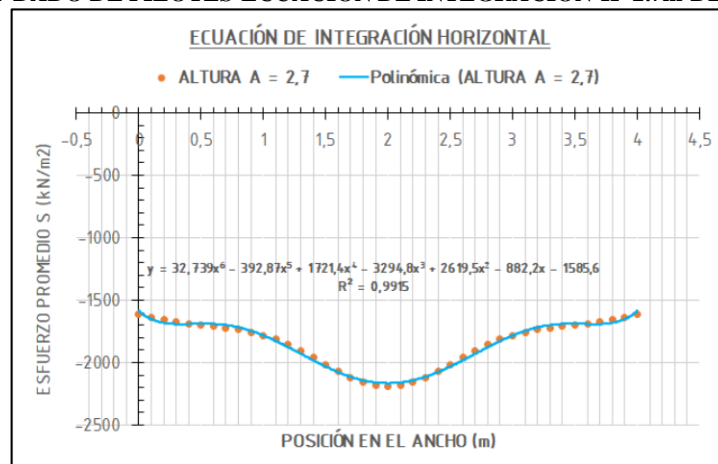


**Gráfica 46 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.6m-DETALLADO**



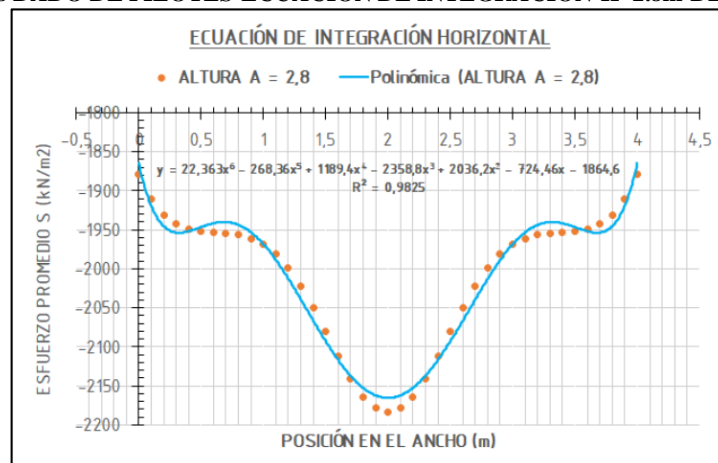
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 47 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.7m-DETALLADO**



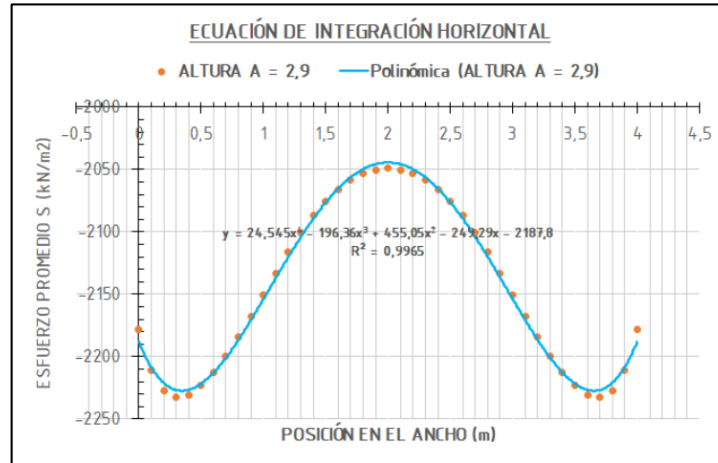
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 48 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.8m-DETALLADO**



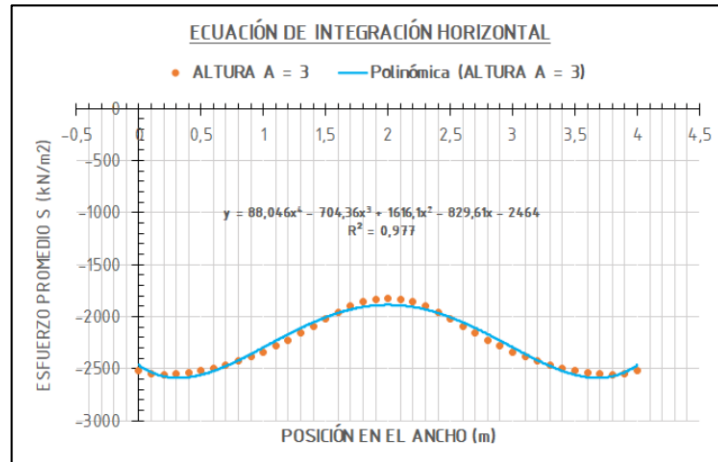
**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 49 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=2.9m-DETALLADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

**Gráfica 50 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN-H=3.0m-DETALLADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

Estas graficas son un gran apoyo para observar cómo se va distribuyendo y ajustando la tensión desde la fibra inferior hasta la fibra a compresión superior.

Estas graficas van definiendo su variación por cada altura, a estas graficas se les determinó una regresión en Excel, con margen de correlación mínimo de  $[0.95]$ , para que fueran eficientes a la hora de generar una integración y hallar el esfuerzo neto a cada altura. En algunos casos se observó que hay esfuerzos positivos y negativos, con la integral se determinará el esfuerzo neto para tener la variabilidad constante.

El siguiente paso será transcribir estas ecuaciones de ajuste y por cada una, hallar el área que corresponderá con el esfuerzo neto que se genera a cada fibra, en su respectiva altura y posteriormente graficar estas compresiones y tensiones netas

para determinar otra grafica de esta variación y hallar una altura de corte y las fuerzas netas de tensión y compresión.

#### ESFUERZO NETO HORIZONTAL

- Ancho del dado, el límite superior:  $L_{sup} := A = 4 \text{ m}$
- Límite inferior:  $L_{inf} := 0$

$$x := L_{sup} \cdot \frac{1}{m} = 4$$

$$\sigma_{1.0} := -\frac{3.7813 \cdot x^5}{5} + \frac{30.25 \cdot x^4}{4} - \frac{138.42 \cdot x^3}{3} + \frac{311.67 \cdot x^2}{2} + 2545.2 \cdot x$$

$$\sigma_{1.0} := \sigma_{1.0} \cdot \frac{kN}{m} = 10882.79 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSIÓN} ]$$

$$\sigma_{1.1} := -\frac{5.2273 \cdot x^5}{5} + \frac{41.818 \cdot x^4}{4} - \frac{172.43 \cdot x^3}{3} + \frac{355.17 \cdot x^2}{2} + 2194.6 \cdot x$$

$$\sigma_{1.1} := \sigma_{1.1} \cdot \frac{kN}{m} = 9547.054 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSIÓN} ]$$

$$\sigma_{1.2} := -\frac{6.985 \cdot x^5}{5} + \frac{55.88 \cdot x^4}{4} - \frac{207.47 \cdot x^3}{3} + \frac{382.84 \cdot x^2}{2} + 1864.7 \cdot x$$

$$\sigma_{1.2} := \sigma_{1.2} \cdot \frac{kN}{m} = 8241.285 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSIÓN} ]$$

$$\sigma_{1.3} := -\frac{8.891 \cdot x^5}{5} + \frac{71.128 \cdot x^4}{4} - \frac{240.92 \cdot x^3}{3} + \frac{394.66 \cdot x^2}{2} + 1556.1 \cdot x$$

$$\sigma_{1.3} := \sigma_{1.3} \cdot \frac{kN}{m} = 6973.369 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSIÓN} ]$$

$$\sigma_{1.4} := -\frac{10.924 \cdot x^5}{5} + \frac{87.39 \cdot x^4}{4} - \frac{272.87 \cdot x^3}{3} + \frac{392.35 \cdot x^2}{2} + 1268.5 \cdot x$$

$$\sigma_{1.4} := \sigma_{1.4} \cdot \frac{kN}{m} = 5747.298 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSIÓN} ]$$

$$\sigma_{1.5} := -\frac{13.223 \cdot x^5}{5} + \frac{105.78 \cdot x^4}{4} - \frac{306.59 \cdot x^3}{3} + \frac{380.12 \cdot x^2}{2} + 1000.4 \cdot x$$

$$\sigma_{1.5} := \sigma_{1.5} \cdot \frac{kN}{m} = 4563.823 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSIÓN} ]$$

$$\sigma_{1.6} := -\frac{15.973 \cdot x^5}{5} + \frac{127.78 \cdot x^4}{4} - \frac{346.22 \cdot x^3}{3} + \frac{362.64 \cdot x^2}{2} + 749.78 \cdot x$$

$$\sigma_{1.6} := \sigma_{1.6} \cdot \frac{kN}{m} = 3420.863 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSION} ]$$

$$\sigma_{1.7} := -\frac{19.37 \cdot x^5}{5} + \frac{154.96 \cdot x^4}{4} - \frac{396.06 \cdot x^3}{3} + \frac{344.58 \cdot x^2}{2} + 514.04 \cdot x$$

$$\sigma_{1.7} := \sigma_{1.7} \cdot \frac{kN}{m} = 2313.984 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSION} ]$$

$$\sigma_{1.8} := -\frac{23.606 \cdot x^5}{5} + \frac{188.85 \cdot x^4}{4} - \frac{460.33 \cdot x^3}{3} + \frac{330.54 \cdot x^2}{2} + 290.42 \cdot x$$

$$\sigma_{1.8} := \sigma_{1.8} \cdot \frac{kN}{m} = 1237.518 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSION} ]$$

$$\sigma_{1.9} := -\frac{28.858 \cdot x^5}{5} + \frac{230.87 \cdot x^4}{4} - \frac{543 \cdot x^3}{3} + \frac{325.05 \cdot x^2}{2} + 75.839 \cdot x$$

$$\sigma_{1.9} := \sigma_{1.9} \cdot \frac{kN}{m} = 185.318 \frac{kN}{m} \quad [ \text{POSITIVO TENSION} ]$$

$$\sigma_{2.0} := \frac{7.9084 \cdot x^7}{7} - \frac{94.901 \cdot x^6}{6} + \frac{394.2 \cdot x^5}{5} - \frac{622.92 \cdot x^4}{4} + \frac{232.34 \cdot x^3}{3} \quad \downarrow$$

$$+ \frac{4.8804 \cdot x^2}{2} - 109.36 \cdot x$$

$$\sigma_{2.0} := \sigma_{2.0} \cdot \frac{kN}{m} = -852.104 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESION} ]$$

$$\sigma_{2.1} := \frac{11.58 \cdot x^7}{7} - \frac{138.96 \cdot x^6}{6} + \frac{586.01 \cdot x^5}{5} - \frac{982.39 \cdot x^4}{4} + \frac{513.22 \cdot x^3}{3} \quad \downarrow$$

$$- \frac{122.85 \cdot x^2}{2} - 304.91 \cdot x$$

$$\sigma_{2.1} := \sigma_{2.1} \cdot \frac{kN}{m} = -1871.402 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESION} ]$$

$$\sigma_{2.2} := \frac{16.098 \cdot x^7}{7} - \frac{193.18 \cdot x^6}{6} + \frac{822.75 \cdot x^5}{5} - \frac{1430.6 \cdot x^4}{4} + \frac{867.19 \cdot x^3}{3} \quad \downarrow \downarrow$$

$$- \frac{266.52 \cdot x^2}{2} - 499.05 \cdot x$$

$$\sigma_{2.2} := \sigma_{2.2} \cdot \frac{kN}{m} = -2886.534 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.3} := \frac{21.418 \cdot x^7}{7} - \frac{257.02 \cdot x^6}{6} + \frac{1102.6 \cdot x^5}{5} - \frac{1967 \cdot x^4}{4} + \frac{1299 \cdot x^3}{3} \quad \downarrow \downarrow$$

$$- \frac{425.94 \cdot x^2}{2} - 695.15 \cdot x$$

$$\sigma_{2.3} := \sigma_{2.3} \cdot \frac{kN}{m} = -3880.268 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.4} := -\frac{68.689 \cdot x^5}{5} + \frac{549.51 \cdot x^4}{4} - \frac{1231.7 \cdot x^3}{3} + \frac{530.83 \cdot x^2}{2} - 978.2 \cdot x$$

$$\sigma_{2.4} := \sigma_{2.4} \cdot \frac{kN}{m} = -4841.294 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.5} := -\frac{73.541 \cdot x^5}{5} + \frac{588.33 \cdot x^4}{4} - \frac{1323 \cdot x^3}{3} + \frac{585.45 \cdot x^2}{2} - 1205.6 \cdot x$$

$$\sigma_{2.5} := \sigma_{2.5} \cdot \frac{kN}{m} = -5770.877 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.6} := \frac{35.179 \cdot x^7}{7} - \frac{422.15 \cdot x^6}{6} + \frac{1839.3 \cdot x^5}{5} - \frac{3456.6 \cdot x^4}{4} + \frac{2628.3 \cdot x^3}{3} \quad \downarrow \downarrow$$

$$- \frac{872.54 \cdot x^2}{2} - 1336 \cdot x$$

$$\sigma_{2.6} := \sigma_{2.6} \cdot \frac{kN}{m} = -6636.451 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.7} := \frac{32.739 \cdot x^7}{7} - \frac{392.87 \cdot x^6}{6} + \frac{1721.4 \cdot x^5}{5} - \frac{3294.8 \cdot x^4}{4} + \frac{2619.5 \cdot x^3}{3} \quad \downarrow \downarrow$$

$$- \frac{882.2 \cdot x^2}{2} - 1585.6 \cdot x$$

$$\sigma_{2.7} := \sigma_{2.7} \cdot \frac{kN}{m} = -7413.099 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.8} := \frac{22.363 \cdot x^7}{7} - \frac{268.36 \cdot x^6}{6} + \frac{1189.4 \cdot x^5}{5} - \frac{2358.8 \cdot x^4}{4} + \frac{2036.2 \cdot x^3}{3} - \frac{724.46 \cdot x^2}{2} - 1864.6 \cdot x$$

$$\sigma_{2.8} := \sigma_{2.8} \cdot \frac{kN}{m} = -8047.454 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{2.9} := \frac{24.545 \cdot x^5}{5} - \frac{196.36 \cdot x^4}{4} + \frac{455.05 \cdot x^3}{3} - \frac{249.29 \cdot x^2}{2} - 2187.8 \cdot x$$

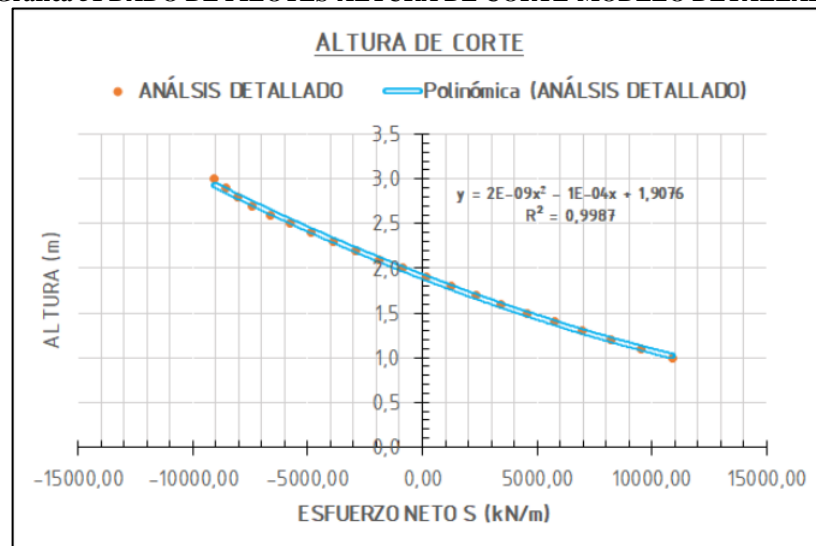
$$\sigma_{2.9} := \sigma_{2.9} \cdot \frac{kN}{m} = -8578.011 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

$$\sigma_{3.0} := \frac{88.046 \cdot x^5}{5} - \frac{704.36 \cdot x^4}{4} + \frac{1616.1 \cdot x^3}{3} - \frac{829.61 \cdot x^2}{2} - 2464 \cdot x$$

$$\sigma_{3.0} := \sigma_{3.0} \cdot \frac{kN}{m} = -9063.299 \frac{kN}{m} \quad [ \text{NEGATIVO COMPRESIÓN} ]$$

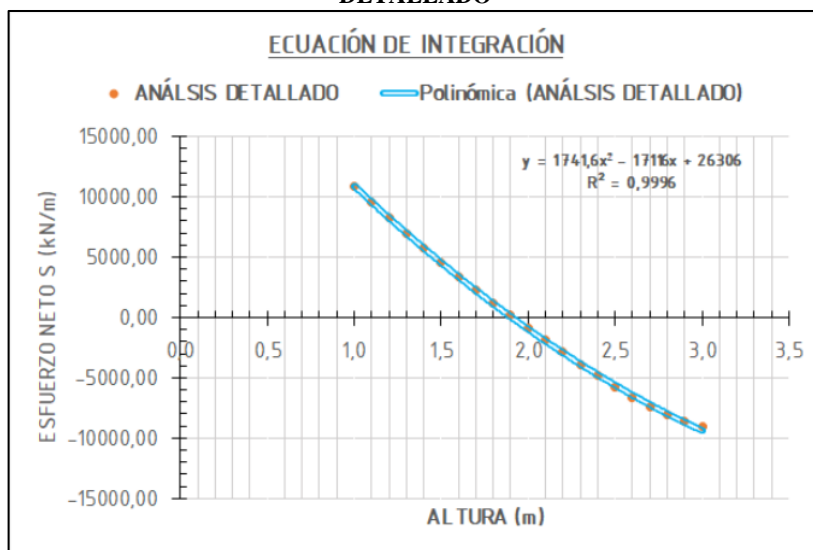
Estos resultados consolidados se muestran a continuación, ahora con estos datos se procederá a generar los gráficos para hallar la altura de corte y la ecuación de integración.

Gráfica 51 DADO DE PILOTES-ALTURA DE CORTE-MODELO DETALLADO



FUENTE: LOS AUTORES

**Gráfica 52 DADO DE PILOTES-ECUACIÓN DE INTEGRACIÓN DE ESFUERZOS NETOS-MODELO DETALLADO**



**FUENTE: LOS AUTORES**

**Tabla 16 DADO DE PILOTES-CONSOLIDADO DE ESFUERZOS POR CADA ALTURA-MODELO DETALLADO**

ANÁLISIS DETALLADO	
GlobalZ	S
m	KN/m
1,0	10882,79
1,1	9547,05
1,2	8241,29
1,3	6973,37
1,4	5747,30
1,5	4563,82
1,6	3420,86
1,7	2313,98
1,8	1237,52
1,9	185,32
2,0	-852,10
2,1	-1871,40
2,2	-2886,53
2,3	-3880,27
2,4	-4841,29
2,5	-5770,88
2,6	-6636,45
2,7	-7413,10
2,8	-8047,45
2,9	-8578,01
3,0	-9063,30

**FUENTE: LOS AUTORES**

## FUERZA NETA HORIZONTAL

- Límite superior:  $L_{sup} := 3 \text{ m}$
- Altura de corte:  $c := 1.9076 \text{ m}$
- Límite inferior:  $L_{inf} := 1 \text{ m}$

Para la compresión:

$$x := L_{sup} \cdot \frac{1}{\text{m}} = 3$$

$$F_{cs} := \frac{1741.6 \cdot x^3}{3} - \frac{17116 \cdot x^2}{2} + 26306 \cdot x = 17570.4$$

$$x := c \cdot \frac{1}{\text{m}} = 1.908$$

$$F_{ci} := \frac{1741.6 \cdot x^3}{3} - \frac{17116 \cdot x^2}{2} + 26306 \cdot x = 23069.148$$

$$F_c := (F_{cs} - F_{ci}) \cdot \text{kN} = -5498.748 \text{ kN} \quad [\text{NEGATIVO COMPRESIÓN}]$$

Para la tensión:

$$x := c \cdot \frac{1}{\text{m}} = 1.908$$

$$F_{ts} := \frac{1741.6 \cdot x^3}{3} - \frac{17116 \cdot x^2}{2} + 26306 \cdot x = 23069.148$$

$$x := L_{inf} \cdot \frac{1}{\text{m}} = 1$$

$$F_{ti} := \frac{1741.6 \cdot x^3}{3} - \frac{17116 \cdot x^2}{2} + 26306 \cdot x = 18328.533$$

$$F_t := (F_{ts} - F_{ti}) \cdot \text{kN} = 4740.615 \text{ kN} \quad [\text{POSITIVO TENSIÓN}]$$

## L. CUANTIFICACIÓN DEL ÁNGULO Y CARGA DEL PUNTAL INCLINADO

A continuación, se presenta un análisis subjetivo, realizado con el fin de hallar un ángulo y una carga comparativa de los puntales inclinados. Este análisis no pretende cuantificar estas magnitudes de manera exacta, debido a lo complejo que resulta determinar estas dos características por estar inclinados. Pero pretende generar una metodología, la cual se acerca en gran medida a los resultados esperados, por ello, aunque los resultados no sean exactos, puede servir de comparación y control para generar un análisis de resultados.

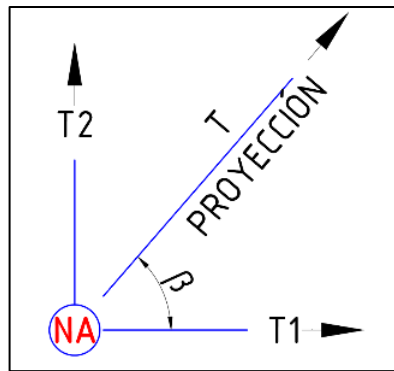


Estas magnitudes, del puntal y el ángulo, están basadas en las fuerzas de compresión y tensión previamente calculadas, debido a que estas fuerzas se generan por la existencia de la carga de los puntales, por ello, se puede despejar la magnitud de la carga y su dirección, para que se cumplan los esfuerzos de tensión y compresión que han resultado, esto por cada nodo.

- Análisis del nodo sobre apoyo.

Para los nodos sobre apoyo, se analizan en planta, donde se conoce la carga que transmite la tensión inferior, que será la mitad de  $F_t$ , por lo que se descompone la carga de tensión para hallar la tensión proyectada,  $T_P$  y  $T_2$ . Se asume que el ángulo en planta,  $\beta$ , se mantiene constante, debido a que la dirección en planta sí se debería mantener.

**Ilustración 85 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-PLANTA-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

$$\beta := 51.34^\circ$$

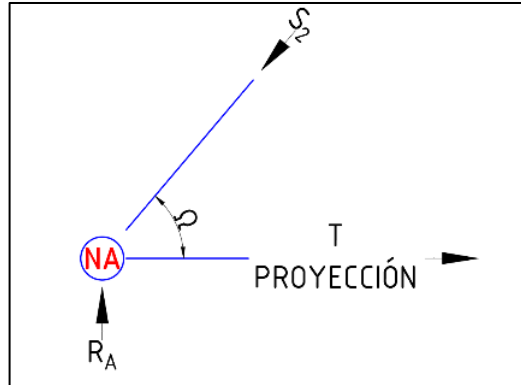
$$T_1 := \frac{F_t}{2} = 2370.307 \text{ kN}$$

$$T_P := \frac{T_1}{\cos(\beta)} = 3794.327 \text{ kN}$$

$$T_2 := \frac{T_1}{\sin(\beta)} = 3035.483 \text{ kN}$$

Y ahora que se conoce la tensión proyectada, se procede a hallar la carga y la dirección de puntal requerido.

**Ilustración 86 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-ALZADO-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

$$R_A := 4000 \text{ kN}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[y]$ , se tiene:

$$0 = R_A - S_2 \cdot \sin(\Omega)$$

$$S_2 = \frac{R_A}{\sin(\Omega)}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[x]$ , se tiene:

$$0 = R_A - S_2 \cdot \sin(\Omega)$$

$$S_2 = \frac{R_A}{\sin(\Omega)}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[x]$ , se tiene:

$$0 = T_P - S_2 \cdot \cos(\Omega)$$

Y reemplazando a  $S_2$ :

$$T_P = \frac{R_A}{\sin(\Omega)} \cdot \cos(\Omega)$$

$$T_P = \frac{R_A}{\tan(\Omega)}$$

Y se despeja a  $\Omega$ :

$$\Omega := \text{atan}\left(\frac{R_A}{T_P}\right) = 46.512^\circ$$

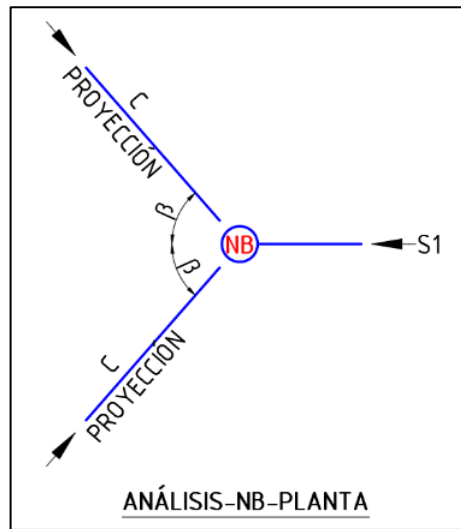
Y finalmente se calcula la carga del puntal:

$$S_2 := \frac{R_A}{\sin(\Omega)} = 5513.34 \text{ kN}$$

- Análisis del nodo bajo la columna.

Para los nodos bajo las columnas, se analizan en planta, donde se conoce la carga que transmite el puntal horizontal a compresión  $S_1$ , esta carga se descompone sobre las proyecciones de los puntales, y también se asume que el ángulo en planta,  $\beta$ , se mantiene constante, debido a que la dirección en planta sí se debería mantener y posteriormente se calcula la carga y dirección del puntal inclinado.

**Ilustración 87 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO BAJO COLUMNA-PLANTA-MODELO DETALLADO**



FUENTE: LOS AUTORES

$$\beta := 51.34^\circ$$

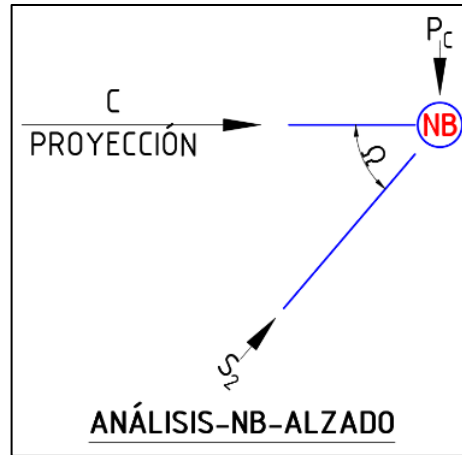
$$S_1 := F_c = -5498.748 \text{ kN}$$

$$0 = S_1 - 2 \cdot (C_P \cdot \cos(\beta))$$

$$C_P := \frac{F_c}{2 \cdot \cos(\beta)} = -4401.128 \text{ kN}$$

Y ahora que se conoce la compresión proyectada, se procede a hallar la carga y la dirección de puntal requerido, teniendo en cuenta que cada puntal inclinado resuelve la mitad de la carga vertical.

Ilustración 88 DADO DE PILOTES-ANÁLISIS DEL NODO SOBRE APOYO-ALZADO-MODELO DETALLADO



FUENTE: LOS AUTORES

$$P_C := \frac{P_C}{2} = 4000 \text{ kN}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[y]$ , se tiene:

$$0 = S_2 \cdot \sin(\Omega) - P_C$$

$$S_2 = \frac{P_C}{\sin(\Omega)}$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje  $[x]$ , se tiene:

$$0 = S_2 \cdot \cos(\Omega) - C_P$$

Y reemplazando a  $S_2$ :

$$C_P = \frac{P_C}{\sin(\Omega)} \cdot \cos(\Omega)$$

$$C_P = \frac{P_C}{\tan(\Omega)}$$

Y se despeja a  $\Omega$ :

$$\Omega := \text{atan}\left(\frac{P_C}{C_P}\right) = -42.266^\circ$$

Y finalmente se calcula la carga del puntal:

$$S_2 := \frac{P_C}{\sin(\Omega)} = -5947.262 \text{ kN}$$

## M. ARMADURA DEL TENSOR

A continuación, se determina el acero de refuerzo requerido por los tensores, para ello se hallara el área de acero que se debe proveer.

$$A_{S.T1} := \frac{T_1}{\phi \cdot f_y} = 0.008 \text{ m}^2$$

$$A_{S.T2} := \frac{T_2}{\phi \cdot f_y} = 0.01 \text{ m}^2$$

$$A_{S.T1} = 7524.786 \text{ mm}^2$$

$$A_{S.T2} = 9636.453 \text{ mm}^2$$

Esta área de refuerzo se provee en función del área nominal de acero que tributa cada varilla, estas varillas poseen unas características estándar, según (BAHENA, 2018), de referencia para este caso:

Tabla 17 DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO

DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO					
NÚMERO DE LA BARRA	DIÁMETRO DE REFERENCIA	DIMENSIONES NOMINALES			MASA
		DIÁMETRO	ÁREA	PERÍMETRO	
	IN	mm	mm <sup>2</sup>	mm	kg/m
2	1/4	6,4	32	20	0,250
3	3/8	9,5	71	30	0,560
4	1/2	12,7	129	40	0,994
5	5/8	15,9	199	50	1,552
6	3/4	19,1	284	60	2,235
7	7/8	22,2	387	70	3,042
8	1	25,4	510	80	3,973
9	1 1/8	28,7	645	90	5,060

FUENTE: BAHENA 2018

Para proveer el área de acero requerida se trabajará con el siguiente diámetro de varilla:

$$NO \cdot VAR := 8$$

La cual provee un área de:

$$A_{var} := 510 \text{ mm}^2$$

Para ello se requiere la siguiente cantidad de varillas:

$$\#_{var.T1} := \frac{A_{S.T1}}{A_{var}} = 14.754$$

$$\#_{var.T2} := \frac{A_{S.T2}}{A_{var}} = 18.895$$

Por ende, se provee la siguiente cantidad de varillas:

$$\#_{var\_final.T1} := \text{ceil}(\#_{var.T1}) = 15$$

$$\#_{var\_final.T2} := \text{ceil}(\#_{var.T2}) = 19$$

Ahora bien, el área de refuerzo provista final será:

$$A_{S\_final.T1} := A_{var} \cdot \#_{var\_final.T1} = 0.008 \text{ m}^2$$

$$A_{S\_final.T1} = 7650 \text{ mm}^2$$

$$A_{S\_final.T2} := A_{var} \cdot \#_{var\_final.T2} = 0.01 \text{ m}^2 \quad A_{S\_final.T2} = 9690 \text{ mm}^2$$

## N. CUANTÍA DE ACERO EN LA ZONA DEL TENSOR

A continuación, se determina la cuantía de acero que se requiere en el reticulado, en el alzado longitudinal. Debido a que la zapata en la zona inferior tiene dos tensores, se debe proveer el doble de acero calculado.

$$\rho_{requerido.T1} := \frac{2 \cdot A_{S.T1}}{H \cdot A} = 0.00188 \quad \rho_{final.T1} := \frac{2 \cdot A_{S\_final.T1}}{H \cdot A} = 0.00191$$

También se determina la cuantía de acero que se requiere en el reticulado, en el ancho transversal. Debido a que la zapata en la zona inferior tiene dos tensores, se debe proveer el doble de acero calculado. Para esta cuantía se calcula, pero su significado no corresponde a lo que se entiende por cuantía, debido a que está armadura se encuentra en la sección transversal sobre los apoyos.

$$\rho_{requerido.T2} := \frac{2 \cdot A_{S.T2}}{H \cdot L} = 0.00161 \quad \rho_{final.T2} := \frac{2 \cdot A_{S\_final.T2}}{H \cdot L} = 0.00162$$

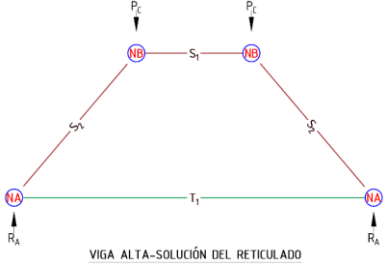
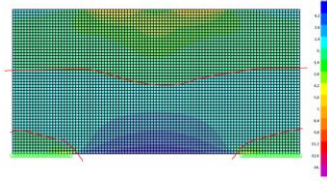
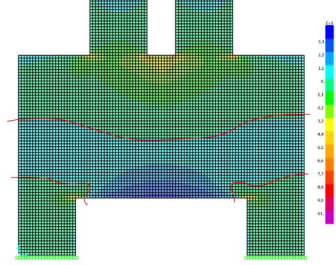
## 6. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

La comparación de resultados, se generará desde dos posiciones: la posición de los efectos visuales, basado en la hipótesis del modelo puntal tensor contra los efectos resultantes de los modelos computacionales; y la posición cuantitativa desde los resultados de los principales componentes que definen el modelo puntal tensor contra los resultados cuantitativos de las proyecciones de los esfuerzos que se extraen del programa computacional.

### 6.1 VIGA ALTA

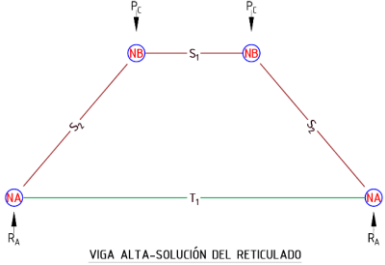
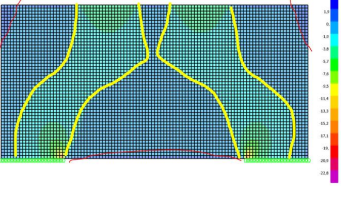
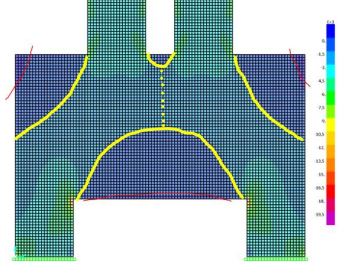
#### 6.1.1 EFECTOS VISUALES

**Tabla 18 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES-FUERZA F11**

FUERZA F11		
Para efectos prácticos es una fuerza horizontal en el Shell.		
MPT	SIMPLIFICADO	DETALLADO
 <p>VIGA ALTA-SOLUCIÓN DEL RETICULADO</p>		
<p>En ambos casos, los modelos computacionales están confirmando la principal forma de trabajo de este sistema puntal tensor: compresión en la zona superior y tensión en la zona inferior. Para este caso es óptimo imaginar este hecho como una viga a flexión que cumple con la existencia de un eje centroidal.</p>		
<p>Se observan zonas de compresión sobre los apoyos, consistente con las zonas nodales del modelo puntal tensor.</p>		
<p>Se observa que la debido a los momentos del modelo detallado, la compresión aumenta, evidenciado por el descenso del eje de cambio de esfuerzos, y la visual disminución del campo de tensión, apartado que el modelo puntal tensor no puede considerar, pero se ejecuta desde un marco de sobre diseño, favorable teóricamente.</p>		

**FUENTE: LOS AUTORES**

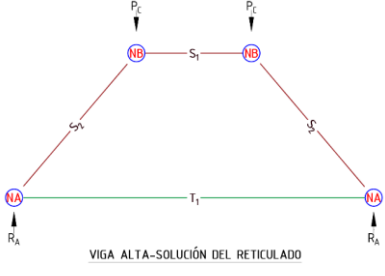
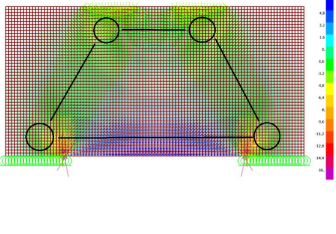
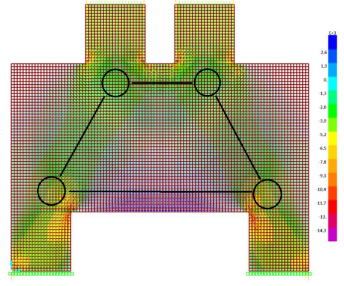
**Tabla 19 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES -FUERZA F22**

FUERZA F22		
Para efectos prácticos es una fuerza vertical en el Shell.		
MPT	SIMPLIFICADO	DETALLADO
 <p>VIGA ALTA-SOLUCIÓN DEL RETICULADO</p>		
<p>Esta fuerza es muy interesante, define las evidencias visuales de la existencia de los puntales inclinados, que es el camino que se sigue por la compresión que viaja de la columna a los apoyos.</p>		
<p>Es de recalcar que es menos eficiente el trabajo que realiza el modelo simplificado, esto debido a que las cargas se concentran en la sección más cercana del apoyo a la carga lo que hace que gran parte del apoyo no trabaje, aun así, se denota el fenómeno de la viga alta. En cambio, el modelo detallado, pronostica la utilidad de los elementos empotrados, haciendo que el puntal inclinado sea más uniforme y haciendo que trabaje la totalidad del apoyo, siendo más eficiente.</p>		
<p>La sobrecarga que se observa en el modelo simplificado, no se tiene en cuenta en el modelo puntal tensor, este apartado no está idealizado para tenerse en cuenta, aun así, como el uso normal es empotrado, vemos que este efecto es despreciable, y aunque, no fuera así, este problema está resuelto, debido a que la armadura del tensor, aporta área a la sección de corte, por ello es importante notarlo, para casos particulares, pero para esta disposición de la estructura, es óptimo y se encuentra cubierto.</p>		

FUENTE: LOS AUTORES

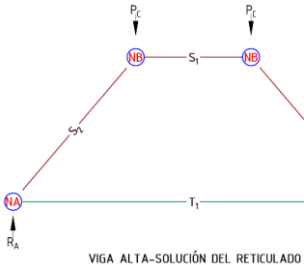
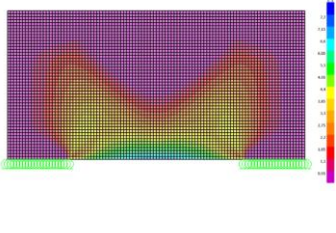
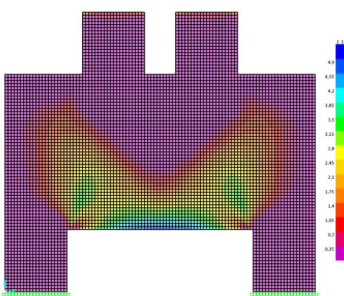


**Tabla 20 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES -FLUJO DE ESFUERZOS**

FLUJO DE ESFUERZOS		
Para efectos prácticos son los esfuerzos principales a un ángulo determinado.		
MPT	SIMPLIFICADO	DETALLADO
 <p>VIGA ALTA-SOLUCIÓN DEL RETICULADO</p>		
<p>Estos resultados computaciones, son la evidencia visual que confirma la hipótesis general del modelo puntal tensor, en ambos resultados se observa el reticulado proyectado en el modelo teórico.</p>		
<p>El modelo simplificado coincide mejor con lo planteado en el modelo puntal tensor, está más acorde con los resultados, pero, como se sabe lo más usual es con restricciones de tercer género, como lo identifica el modelo detallado, la principal anotación, que los diferencia, es que es mucho más optimo el uso de los empotramientos reduce el requerimiento a la tensión, aumentado la compresión, para la que se cuenta con suficiente concreto para ello y hace trabajar de mejor manera y más completa los apoyos.</p>		
<p>Si la estructura por casos especiales, requiere mantener las disposiciones del modelo simplificado, se obtendría el modelo más ajustado a los requerimientos de comunes de diseño por LRFD, por el contrario, sería más conservador el modelo puntal tensor si se opta por usar el modelo detallado, es decir, las restricciones de tercer género.</p>		

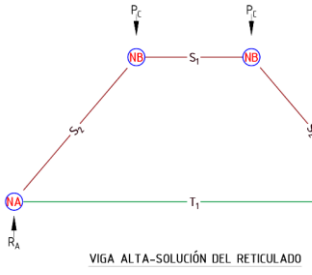
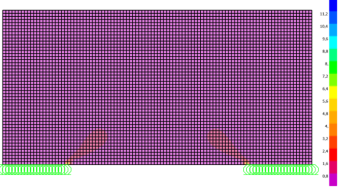
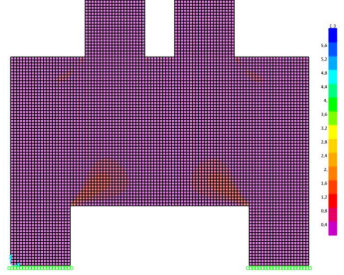
FUENTE: LOS AUTORES

**Tabla 21 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES -ARMADURA HORIZONTAL**

ARMADURA HORIZONTAL		
MPT	SIMPLIFICADO	DETALLADO
 <p>VIGA ALTA-SOLUCIÓN DEL RETICULADO</p>		
<p>Este análisis sirve de gran manera para proyectar la ubicación de acero longitudinal, como se observa, para los dos casos computacionales, concluye la ubicación de acero longitudinal para el tensor, eso es claro, lo nuevo y que el modelo teórico no idealiza, es la armadura que se requiere por el efecto de tensiones transversales en los puntales, debido a la compresión del mismo.</p> <p>Es de notar que esta armadura requerida no es grande, pero se debe tener en cuenta, en ambos casos, menos armadura en el caso del modelo simplificado. Este hecho es muy remarcable para el modelo detallado, porque debido al sobre diseño de armadura, del tensor debido al modelo teórico, hace que haya mucha armadura resolviendo tensión, lo que podría servir de un símil a una formaleta, colaborando a resolver tales esfuerzos, sería útil proyectar que efectos tiene el sobre diseño sobre estos esfuerzos, debido a que el modelo computacional esta idealizado.</p> <p>Aun así, esta armadura longitudinal, se proporciona normalmente como armadura de piel, por lo que estos esfuerzos se podrían considerar cubiertos si se siguen tales recomendaciones, según lo especifica la norma que se esté usando, por ejemplo, la CCP-14, define una cuantía mínima, debido a que estas estructuras pueden estar sometidas a otras clases de esfuerzos, además de los ya conocidos, como la retracción, fraguado y temperatura, sin contemplar otros estados de servicio de la estructura.</p>		

FUENTE: LOS AUTORES

**Tabla 22 VIGA ALTA-RESULTADOS VISUALES -ARMADURA VERTICAL**

ARMADURA VERTICAL		
MPT	SIMPLIFICADO	DETALLADO
		
<p>La armadura vertical requerida es mínima, bastante mínima, por ello la hipótesis de la omisión del diseño de cortante es infundada, teóricamente no se requiere, estos elementos tan altos proporcionan una magnitud muy grande de concreto que aporta muchísimo a los esfuerzos cortantes.</p> <p>Si se llega a la minucia, se define que justo sobre los apoyos, en ambos modelos computacionales se requiere tal cuantía, y justo en esos puntos esta la armadura del tensor, que pasa, recordando que está en sobre diseño, aportando área de acero, y si se siguen las recomendaciones dadas por las cuantías mínimas a los efectos transversales, que plante estribos verticales para solventar los esfuerzos transversales de los puntales inclinados, estos requerimientos verticales están más que cubiertos.</p>		

FUENTE: LOS AUTORES

## 6.1.2 EFECTOS CUANTITATIVOS

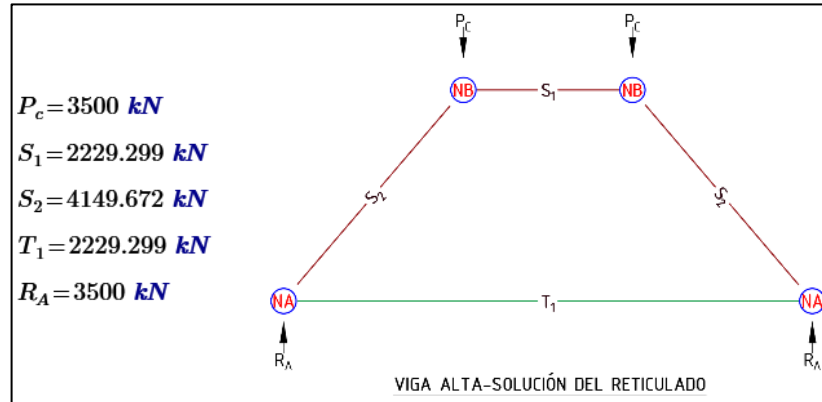
Para los efectos cuantitativos se toman las características resultantes de los requerimientos del reticulado, y se comparan con respecto a la metodología de extracción de estos mismos requerimientos aproximadamente, que se demostraron en las memorias de cálculos. El hecho que los requerimientos del reticulado al puntal tensor, se comparen a los requerimientos de los modelos computacionales (simplificado y detallado), brindan una perspectiva de calidad del modelo teórico, debido a que el modelo teórico está basado en estos requerimientos totalmente.

La forma de comparación cuantitativa se dará por medio de los “ratios”, que comparan la eficiencia del diseño, estos “ratios” se describen así:

$$RATIO = \frac{REQUERIMIENTO (MODELO PUNTAL TENSOR)}{REQUERIMIENTO (MODELO COMPUTACIONAL)}$$

A continuación, se indican los requerimientos resultantes del reticulado debidos al puntal tensor:

Ilustración 89 VIGA ALTA-RESULTADOS MPT-RETICULADO



FUENTE: LOS AUTORES

La inclinación obtenida para el puntal inclinado:

$$\beta := \text{atan} \left( \frac{H - S_{ns} - S_{ni}}{D_{HC}} \right) = 57.505^\circ$$

Y la cuantía requerida para el tensor:

$$\rho_{requerido} := \frac{A_s}{H \cdot e} = 0.00708$$

Y en la siguiente tabla se resumen los resultados obtenidos, tanto en el modelo puntal tensor, y en los modelos computacionales, con las ratios ya calculados:

Tabla 23 VIGA ALTA-RESULTADOS CUANTITATIVOS-RATIOS

RESULTADOS						
MODELO	STRUT 1	TIE 1			STRUT 2	
	kN	kN	VARILLAS	CUANTÍA	kN	ÁNGULO
MPT	2229,30	2229,30	14	0,00708	4149,67	57,51
SIMPLIFICADO	2045,60	2080,39	13	0,00655	4071,61	59,27
DETALLADO	2063,05	1305,92	8	0,00403	4062,78	59,48
RATIO (S)	1,09	1,07	1,08	1,08	1,02	0,97
RATIO (D)	1,08	1,71	1,75	1,76	1,02	0,97

FUENTE: LOS AUTORES

- **SIMPLIFICADO:** para el modelo simplificado es muy elocuente el modelo teórico, los ratios son muy cercanos a 1, lo que es una finura excelente, aunque este esquema sea poco usado, sí se llega a requerir, el modelo predice de manera acorde a lo diseñado y propuesto, no hay que olvidar que estos requerimientos ya contemplan los méritos LRFD, por lo que no es que el modelo este a ras con la realidad, sino está a ras, con la normativa en los límites óptimos de seguridad. La principal característica que se considera, se debe analizar más a fondo para este modelo es el de los apoyos, debido a que los resultados numéricos concuerdan, pero como se

evidencia, el costo se encuentra en la ineficiencia de los apoyos al sufrir acumulamiento en la zona más cercana a la carga, lo que se podría traducir en despunte cerca del apoyo, para tener en cuenta estos efectos, que no se contemplan en el modelo puntal tensor, sería óptimo plantear análisis de laboratorio que confirmen, contrasten o refuten este aspecto que no se contempla en el modelo.

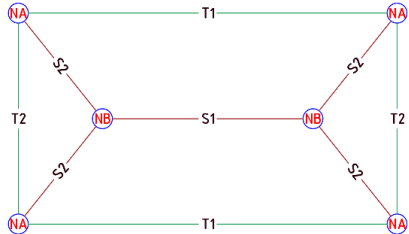
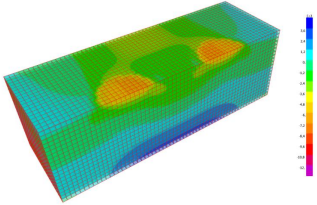
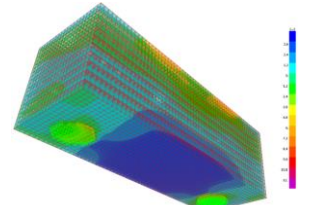
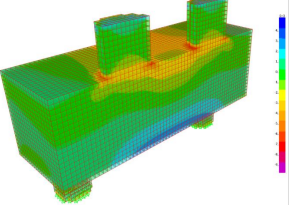
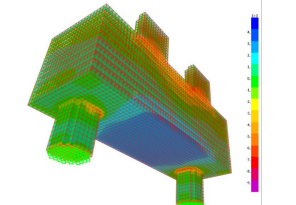
- DETALLADO: con respecto al modelo detallado, también existe la finura y calidad del modelo teórico, contra lo requerido por el modelo computacional, la gran diferencia y el aspecto conservador se encuentra en el tensor y su armadura, esto debido a lo que se recalcó, el hecho de la existencia de momentos genera la reducción de esta tensión, aun así por el modelo teórico esta armadura se proveería, por lo que en este requerimiento es donde se encuentra la diferencia, no se define como una falencia, debido a que este modelo mejora el apartado de la calidad y eficiencia de los apoyos, con respecto al simplificado, además de ser el más usado en la realidad de estas estructuras, este apartado puede sufrir mejoras, pero para esto sería óptimo recurrir a ensayos de laboratorio para hacer un ajuste en los factores de reducción de la ACI, para tener en cuenta la redistribución y aporte de los apoyos empotrados.

## 6.2 DADO DE PILOTES

### 6.2.1 EFECTOS VISUALES

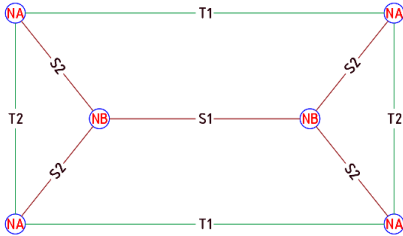
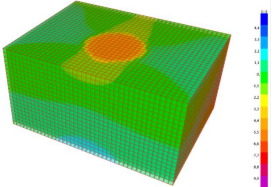
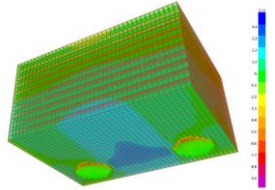
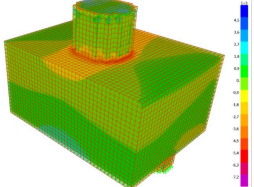
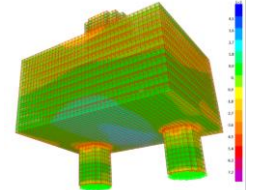
**Tabla 24 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES -ESFUERZO S11**  
**ESFUERZO S11**

Para efectos prácticos es un esfuerzo en la longitud de la zapata.

MPT	SIMPLIFICADO	DETALLADO
 <p>DADO DE PILOTES-SOLUCIÓN DEL RETICULADO</p>	 	 
<p>En ambos casos, los modelos computacionales están confirmando la principal forma de trabajo de este sistema puntal tensor: compresión en la zona superior y tensión en la zona inferior. Para el modelo simplificado este sistema de par de resistencia, se distribuye en toda la longitud de la zapata, y para el modelo detallado, estos esfuerzos se confinan internamente a los pilotes y las columnas, por ello, todo lo exterior al marco de los pilotes podría evitarse, técnicamente estas zonas no están trabajando, ni aportando a la resistencia.</p> <p>Se observan zonas de compresión sobre los pilotes y columnas, consistente con las zonas nodales del modelo puntal tensor.</p>		

FUENTE: LOS AUTORES

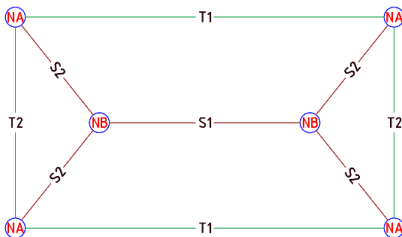
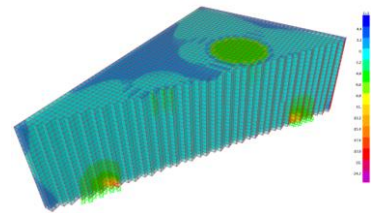
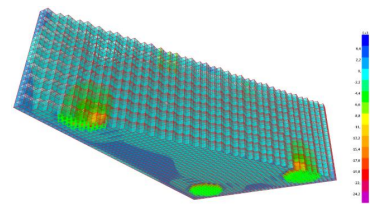
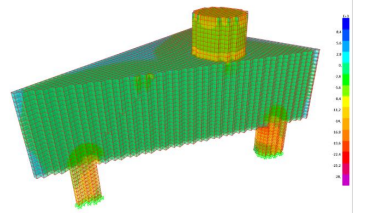
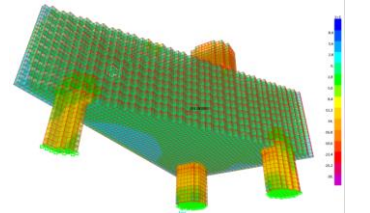
**Tabla 25 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES -ESFUERZO S22**

ESFUERZO S22		
Para efectos prácticos es un esfuerzo transversal en la zapata.		
MPT	SIMPLIFICADO	DETALLADO
 <p>DADO DE PILOTES-SOLUCIÓN DEL RETICULADO</p>	 	 
El único apartado que se puede comparar teóricamente, es el tensor transversal sobre los pilotes, su existencia si se predijo con el modelo puntal tensor.		
Se observan zonas de compresión sobre los pilotes y columnas, consistente con las zonas nodales del modelo puntal tensor.		
Estos esfuerzos transversales, vale recalcar lo siguiente: para el caso simplificado son muy bajos, se vuelven apreciables sobre los bordes, superior e inferior, siendo a compresión aceptable debido a que hay suficiente concreto si se requiere, y a tensión distribuyéndose estos esfuerzos a las parrillas de tensión longitudinal, además de aceros de cuantía mínima por lo que se consideraría cubierto.		
En el caso detallado estos esfuerzos transversales aumentan principalmente el de compresión, se hace más notorio su requerimiento en la mitad superior, aun así, se cuenta con suficiente concreto para su disipación. Y debido al mismo efecto de los momentos de los pilotes, la tensión inferior disminuye drásticamente, y minimizando sus efectos, por lo que son redistribuidos a la armadura de tensión longitudinal, además del acero mínimo.		

FUENTE: LOS AUTORES



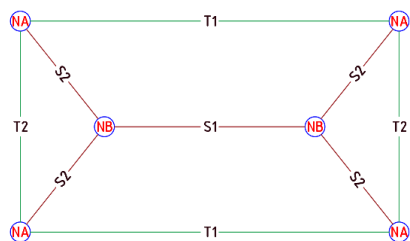
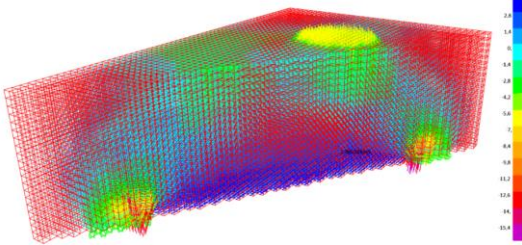
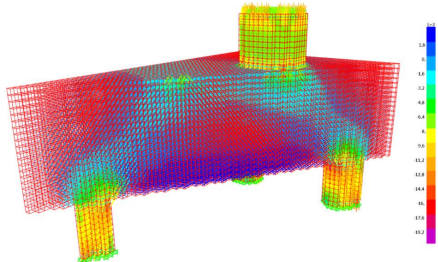
**Tabla 26 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES -ESFUERZO S33**

ESFUERZO S33		
Para efectos prácticos es un esfuerzo vertical en la zapata.		
MPT	SIMPLIFICADO	DETALLADO
 <p>DADO DE PILOTES-SOLUCIÓN DEL RETICULADO</p>	 	 
<p>Este resultado es útil para definir las evidencias del modelo puntal tensor, aun así, para este caso, es interesante notar que las cargas verticales se están disipando muy rápidamente, la distribución se genera en todas las direcciones, por lo que no hay un marcado camino de esfuerzos verticales. Para los resultados de los dos modelos computacionales, estos esfuerzos son muy uniformes y se encuentran en toda la zapata. Para el modelo simplificado se mantiene en esfuerzos casi nulos, de bajos requerimientos. Y para el modelo detallado, pasa a decantarse por compresión, pero esfuerzos igualmente mínimos.</p>		
<p>Se evidencia las posibles zonas nodales, para todos los elementos, además de ello, para el modelo simplificado se genera el mismo acumulamiento de esfuerzos cerca del borde de los pilotes, y de la misma manera, el modelo detallado marca su eficiencia al distribuir y recolectar mejor la carga vertical.</p>		
<p>La sobrecarga que se observa en el modelo simplificado, no se tiene en cuenta en el modelo puntal tensor, este apartado no está idealizado para tenerse en cuenta, aun así, como el uso normal es empotrado, se observa que este efecto es despreciable, de igual forma que en la viga alta.</p>		

FUENTE: LOS AUTORES



Tabla 27 DADO DE PILOTES-RESULTADOS VISUALES -FLUJO DE ESFUERZOS

FLUJO DE ESFUERZOS		
Para efectos prácticos son los esfuerzos principales con una dirección determinada.		
MPT	SIMPLIFICADO	DETALLADO
 <p>DADO DE PILOTES-SOLUCIÓN DEL RETICULADO</p>		
<p>Estos resultados computacionales, son la evidencia visual que confirma la hipótesis general del modelo puntal tensor, en ambos resultados se observa el reticulado proyectado en el modelo teórico, por efectos prácticos, solo se muestra la proyección media, donde se ven los puntales inclinados y parte de la compresión superior y tensión inferior, debido a lo complejo de generar las vistas para definir todos los componentes.</p>		
<p>Ambos modelos computacionales predicen de manera adecuada lo planteado en el modelo teórico, pero para este caso, ambos resultados son muy conservadores, guiándonos por lo más usual, las restricciones de tercer género, generan la reducción de esfuerzos en los tensores, aumentado la compresión superior, haciendo el modelo detallado, incluso más conservador, aunque los pilotes trabajan de mejor manera y más completa.</p>		
<p>Como se puede observar, el camino que siguen los puntales inclinados, se marca, pero debido a la gran cantidad de volumen de concreto, este camino está hecho de esfuerzos muy bajos, realmente se disipa bastante la carga, incluso, como se observa en el modelo detallado, este camino se reduce a mitad de la altura de la zapata, porque hay varios esfuerzos que llegan a ser casi nulos.</p>		

FUENTE: LOS AUTORES

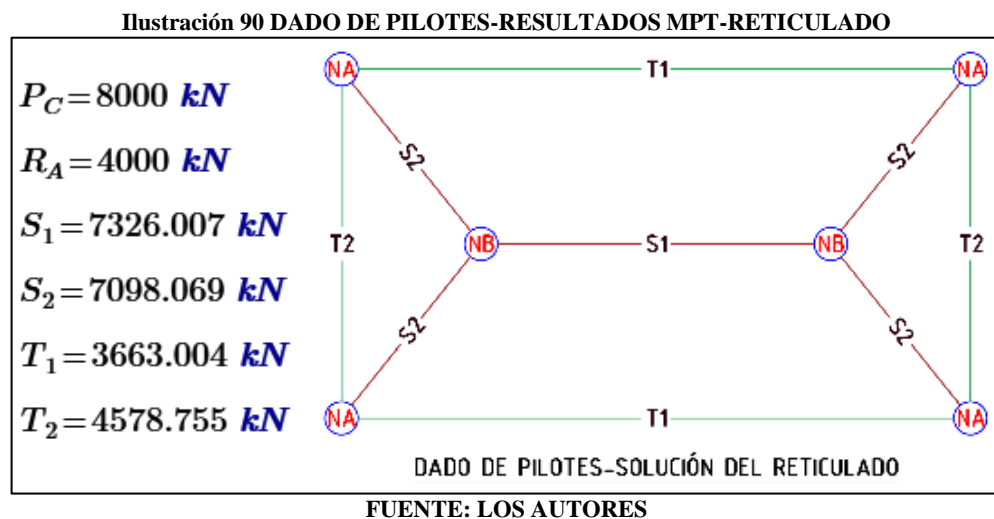
### 6.2.2 EFECTOS CUANTITATIVOS

Para los efectos cuantitativos se toman las características resultantes de los requerimientos del reticulado, y se comparan con respecto a la metodología de extracción de estos mismos requerimientos aproximadamente, que se demostraron en las memorias de cálculos. El hecho que los requerimientos del reticulado al puntal tensor, se comparen a los requerimientos de los modelos computacionales (simplificado y detallado), brindan una perspectiva de calidad del modelo teórico, debido a que el modelo teórico está basado en estos requerimientos totalmente.

La forma de comparación cuantitativa se dará por medio de los “ratios”, que comparan la eficiencia del diseño, estos “ratios” se describen así:

$$RATIO = \frac{REQUERIMIENTO (MODELO PUNTAL TENSOR)}{REQUERIMIENTO (MODELO COMPUTACIONAL)}$$

A continuación, se indican los requerimientos resultantes del reticulado debidos al puntal tensor:



La inclinación obtenida para el puntal inclinado:

$$\Omega := \arctan\left(\frac{H - S_{NS} - S_{NI}}{DD_{P.C}}\right) = 34.301^\circ$$

Y en la siguiente tabla se resumen los resultados obtenidos, tanto en el modelo puntal tensor, y en los modelos computacionales, con las ratios ya calculados:

**Tabla 28 DADO DE PILOTES-RESULTADOS CUANTITATIVOS-RATIOS**

RESULTADOS							
MODELO	STRUT 1	TIE 1		TIE 2		STRUT 2	
	kN	kN	VARILLAS	kN	VARILLAS	kN	ÁNGULO
MPT	7326,01	3663,00	23	4578,76	29	7098,07	34,30
SIMPLIFICADO	5451,32	2725,80	17	3490,73	22	5919,23	42,51
DETALLADO	5498,75	2370,31	15	3035,48	19	5947,26	42,27
RATIO (S)	1,34	1,34	1,35	1,31	1,32	1,20	0,81
RATIO (D)	1,33	1,55	1,53	1,51	1,53	1,19	0,81

**FUENTE: LOS AUTORES**

- **SIMPLIFICADO:** el modelo simplificado, está siendo consistente con las hipótesis planteadas en el modelo puntal tensor, dando cumplimientos a tales aspectos. Para este caso ya se empieza a evidenciar el sobre diseño, que marca este modelo en el campo conservador, técnicamente tiene un rango de 30% de sobre diseño, algo que es remarcable en costos, debido a que este tipo de estructuras si son muy grandes, por lo que este sobre costo si se nota en los presupuestos, ajustar el modelo más a la realidad representa un gran valor, debido a que el modelo tridimensional se maneja de la misma forma que el modelo en 2D, y como se evidencia, este aspecto lo hace conservador, se requiere un estudio más detallado y específico del modelo punta tensor enfocado para estructuras en 3D, no solo los factores de rango, que son un buen principio, sino también la metodología de análisis para proyectar el modelo puntal tensor, debido a que este apartado se tiene aún simplificado a un símil de proyección en 2D totalmente plano, tal vez se recomendaría usar las proyecciones 2D de elementos imaginados en 3D, para ser más concordantes con la realidad.
- **DETALLADO:** este modelo mantiene el aspecto conservador, incluso de cierta manera, mucho más, debido a que los empotramientos reducen las tensiones inferiores, haciendo más seguro el diseño. Es importante notar, el hecho de que los ratios del modelo detallado son muy similares al simplificado (no los tensores, son más susceptibles), esto indica que el margen de las hipótesis no son muy variables, por lo que si se mejora el modelo tridimensional con hipótesis simplificadas, pero adaptadas al entorno 3D, como aquí se propuso, como imaginar zonas nodales esféricas y acorde a las esferas puntales y tensores cilíndricos, se llegaría, como sucede en el modelo de vigas altas, a un modelo que cumpla la modelación simplificada y detallada, como ya sucede de manera muy favorable en las vigas altas.

## 7. EPÍLOGO

### 7.1 CONCLUSIONES

Es indispensable seguir enfocando esfuerzos de expertos en el tema estructural para este tema, que es muy moderno y poco desarrollado, pero que, en esta época, ha mostrado ser de gran utilidad para este tipo de estructuras especiales, para el ingeniero diseñador, es vital tener formas manuales y computacionales para realizar sus verificaciones y proponer estructuras seguras y ajustadas a lo requerido.

Por ejemplo, como se evidencio, el modelo computacional es intocable, son “cajas negras” de análisis, por lo que sus códigos e hipótesis pueden variar de país a país o por incidencias particulares no detectadas, además de ello, el uso de los elementos finitos da gran aporte a entender cada punto en particular de la estructura, pero no logra consolidar los resultados y proveer como se hace en elementos tipo Frame, por lo que el criterio del diseñador es fundamental y decisivo, para llevar adecuadamente un diseño adaptado del entorno computacional, otro apartado, es la magnitud del requerimiento computacional de exigencias a la máquina que en 2D se puede manejar, pero para estructuras 3D puede llegar a representar grandes bancos de datos y tiempo de análisis a tener en cuenta.

Lo que aquí se intenta aportar, es una modelación que permita a los diseñadores no depender totalmente de los elementos computacionales, y permitir la verificación por mínimo dos vías, así se asegura que los diseños sean adecuados y correctos.

Como se observó el modelo puntal tensor es muy optimo, su principal desfavorabilidad es el sobre diseño, que en 2D, es suficiente, está en un margen aceptable, donde realmente se preferiría mejorar este apartado es en 3D, debido a que hay mucho material para disipar las carga, por ello no se deberían tener los mismos factores de reducción y exactamente las mismas hipótesis que se trabajan en 2D, sino unas adaptadas el entorno 3D.

#### 7.1.1.1 CONSIDERACIONES

- ¿El ancho del puntal es uniforme?: En la teoría este concepto es aceptado, pero lo real, es que a medida que la carga profundiza, en el elemento, amplía su “sección”, esto solo sería posible si se confina completamente solo lo que se requiere, para evitar los esfuerzos transversales al puntal.
- ¿La tensión a lo largo del tensor es uniforme?: Al igual que sucede en el puntal, estos requerimientos no son totalmente uniformes, en el caso de los

tensores, sufre un efecto similar a los elementos que soportan flexión, teniendo sus mayores esfuerzos a medida que se alejan del eje centroidal y minimizando el esfuerzo a medida que se acerca al eje centroidal.

- ¿La configuración del modelo puntal tensor es única? Y, además, ¿es la más sencilla configuración posible?: Este apartado es muy importante, debido a que no existe una configuración específica para cada tipo de estructura, los reticulados recomendados normalmente vienen dados por experiencia propia de los diseñadores y principalmente por la metodología de falla, debido a que, con el apoyo del teorema de límite inferior, se planea defender las fallas iniciales, así, si estas se evitan, las fallas de inferiores requerimientos quedan soportadas, por ello de esta forma se simplifica el modelo del reticulado. Hay más opciones, entre ellas dar más finura al reticulado, lo que principalmente hace que se distribuya mejor el refuerzo, a costo de dificultar el modelo puntal tensor, se puede volver incluso tan complejo, que eventualmente se estará llevando a reticulados tan pequeños, que se convertiría en un modelo de elementos finitos.
- ¿En el diseño por medio del modelo puntal tensor es necesario realizar diseño por cortante?: Como se pudo observar en la viga alta, que tiene resultados para requerimientos de acero, es mínimo el acero requerido, y para el dado de pilotes, que aunque no tienen requerimientos de acero, se muestran los esfuerzos resultantes, y como se concluye teóricamente no se requiere diseño de cortante, aun así es útil proveer y seguir las recomendaciones de las normas, para soportar otros tipos de esfuerzos, como los de retracción, fraguado y temperatura, pero teóricamente es mínima la cuantía que se requiere.
- Revisar la influencia de los anchos de la aplicación de la carga y los anchos de los apoyos: Principalmente estas dimensiones vienen dadas por la resistencia de capacidad de carga del miembro en cuestión, sea la columna o un pilote, para los elementos que son empotrados no hay grande apreciaciones, pero si por algún motivo se tiene estos elementos simplemente apoyados, si es necesarios verificar que el acumulamiento de esfuerzos que se genera en la zona más próxima del apoyo a la carga no sea crítico, debido a que la ausencia de momentos hace que sea menos eficiente.

#### **7.1.1.2 ASPECTOS**

- Diseño a cortante: No es requerido el diseño, se recomienda seguir las normas para proveer la cuantía mínima, peor teóricamente este acero es necesario.
- Diseño a flexión: Puede ser usado para sentar una base para el modelo puntal tensor, existen varias metodologías para definir los anchos requeridos a compresión, pero si esta sección no se logra desarrollar, eventualmente no habría donde aplicarla.

- Altura de la viga y geometría: Este aspecto principalmente se demarca en que se cumplan los criterios de viga alta, de las secciones “D”, para que el modelo sea aplicable.
- Acciones internas: Respecto a las acciones internas, la más remarcable es los esfuerzos transversales a la sección del puntal que disminuye sus resistencias a la compresión, los efectos de botella, su existencia limita la capacidad de carga, pero como se observó, sería óptimo buscar optimizarlos dependiendo del sí es una sección en donde no hay una profundidad constante, para mejorar los resultados.
- % de compresión respecto a  $f'_c$ : La resistencia a la compresión, es un factor en el que se basa el modelo, es el que depende casi todos los resultados, aun así, siguen siendo de una dependencia experimental, que podría mejorar, para optimizar el modelo.
- 

## 7.2 RECOMENDACIONES

El modelo puntal tensor es una metodología muy útil y bastante acertada, para elementos comunes, principalmente vigas altas, como la que aquí se presentó. Lo ideal, es que si es un elemento demasiado complejo se contraste con otros tipos de análisis, ya sean computacionales y si es posible de laboratorio. Tener un modelo teórico siempre es de ayuda, la seguridad estructural siempre debería haber sido confirmada al menos por dos vías, por ello es tan útil desarrollar este modelo para este tipo de estructuras, le da margen de maniobra a los diseñadores, para no solo ejecutar programas o generar regresiones e interpolar modelos.

Respecto al modelo puntal tensor en tres dimensiones, aunque es bastante conservador, sigue siendo muy útil para ser usado de contraste, pero para estos casos, sean sencillos o complejos, si se recomienda el uso de otras vías de análisis, con el fin de optimizar y volver más justo el diseño y reducir el sobre diseño, debido a que estructuras en las que hay muchas pilas o varios dados de pilotes puede representar un gran ahorro.

## 7.3 LIMITACIONES POSTERIORES

Hay un apartado no mencionado, que es de vital importancia, el modelo puntal tensor en 3D, no es muy específico en las normas, y aun no está claramente definido, se conocen los preceptos, pero varían ampliamente entre diseñadores y opciones relativas a la forma más óptima de imaginar las zonas nodales y los puntales, como la referencia principal usada aquí (ACI318), incluso solo se encuentra un ejemplo, que contempla demasiadas limitantes, por ejemplo es un estilo de zapata para uso de bajas cargas, además de ello, para su simplificación se usan pilotes cuadrados, algo que se enfrenta a la realidad, debido a que

estructuras como los dados de pilotes, usualmente usan pocos pilotes y de gran diámetro, y referiblemente con secciones circulares para su proceso de excavación, el motivo, no es menospreciar este ejemplo, es valioso para entender la metodología, pero esto indica las limitaciones actuales sobre el tema en 3D, que aún se desconoce de gran manera el fenómeno.

Los autores proponen el modelo que se indicó en la memoria de cálculos, este modelo plantea usar los mismos preceptos usados para los elementos en 2D, pero debido a la complicación del análisis nodal, se optó por la utilización del nodo esférico, que su diámetro está basado en proveer el de mayor requerimiento, de esa forma se garantiza su seguridad estructural, aun así, se sobre entiende, que esta simplificación hace que se genere un mayor grado de sobre diseño, siendo más conservador aun.

Este tema ya se está tratando de mejorar, por expertos en el tema, como en los modelos: The classical method (Blévoit and Frémy), The Fusco model y el modelo presentado por D. M. Santos, que presenta una mezcla de estos modelos. Estos modelos son relativamente modernos, por lo que aún no se tiene definida claramente la metodología y además de ello, estos modelos presentan limitaciones o son muy susceptibles a cambios que afectan en gran medida sus resultados, incluso para los modelos en 3D, se propone la eliminación de los factores de resistencia, para hacer el modelo más eficiente.

El presente análisis, pretendió mejorar el visión del modelo puntal tensor, se es consciente de las limitaciones de los autores, pero la idea, es que, a partir de estos, se puede pasar a un plano de discusión y margen de mejora, con el fin de optimizar y definir mejor el modelo puntal tensor, para que eventualmente deje de ser un modelo y pase a ser una descripción fiel del fenómeno físico de las vigas altas.

## **7.4 TRABAJOS FUTUROS**

Hay una amplia gama de aspectos a mejorar, y que ampliando su estudio podrían dar mejores resultados y más óptimos. Respecto al modelo puntal tensor, se considera que los factores pueden especificarse para estructuras con profundidad constante y no constantes, para ajustar el sobre diseño.

Respecto al modelo de dados de pilotes, se puede concluir que varias de las suposiciones de las vigas altas no se cumplen, principalmente sobre los nodos, que deberían sufrir un ajuste propio para estructuras 3D.

Por otra parte, la imposibilidad de definir de manera exacta los resultados por medio de los elementos finitos, con varias suposiciones, hacen que este apartado

busque mejorarse para no solo plantear una metodología de control, sino una con resultados exactos.

## **8. REFERENCIAS**

### **8.1 BIBLIOGRAFÍA**

Aedo, m. A. (2004). Modelo puntal-tensor aplicado al diseño de elementos de hormigón armado. Universidad austral de chile.

Ais, a. C. (2010). Nsr-10 reglamento colombiano de construcción sismo resistente. Bogotá d.c.

Computers and structures, i. (2019). Computers and structures, inc. España. Obtenido de <https://www.csiespana.com>. American association of state highway and transportation officials - aashto.

American concrete institute - aci. (2014). Aci 318-14. Requisitos de reglamento para concreto estructural. Estados unidos.

Asociación colombiana de ingeniería sísmica - ais. (2014). Ccp 14. Norma colombiana de diseño puentes lrfd. Bogotá d.c.

Carrillo, j., & Alcocer, s. (2010). Evaluación experimental del método de puntales y tensores aplicado a muros de concreto de baja altura. Ingeniería e investigación, 30 (11-16).

Chantelot, g., & mathern, a. (2010). Strut-and-tie modelling of reinforced concrete pile caps. Göteborg: chalmers university of technology.

Fédération internationale du béton. (2008). Practitioners' guide to finite element modelling of reinforced concrete structures: state-of-the-art

Report. Toronto: fib - fédération internationale du béton. Herrera pérez, s. (2008). Diseño de muros de hormigón armado según modelos puntal tensor. Concepción, chile: universidad de concepción.

Inti. (2005). Reglamento inpres - cirsoc 103. Reglamento argentino para Construcciones sismorresistente - construcciones de hormigón armado y sus comentarios. Argentina.

Llopiz, c. (2008). Hormigón ii. Mendoza, argentina: universidad nacional de cuyo.

Martin, b. (2007). Verification and implementation of strut-and-tie model in lrfd

Nilson, a. (2001). Diseño de estructuras de concreto. Bogotá d.c.: mcgraw-hill.



Rojas, w. (2014). Comparación de esfuerzos cortantes en vigas de concreto reforzado de gran altura, mediante el método de los elementos finitos y el modelo puntal - tensor (tesis). Bogotá d.c., Colombia: universidad nacional de Colombia.

Segura, j. (2011). Estructuras de concreto i. Bogotá d.c.: universidad nacional de Colombia.

Viu García, g. (2009). Modelamiento puntal tensor para muros cortos. Santiago de chile, chile: universidad de chile.

Williams, c., deschenes, d., & bayrak, o. (2012). Strut-and-tie model design examples for bridges. Austin: texas department of transportationcom/software/2/sap2000#

Schlaich, j.; schäfer, k.; and jennewein, m., "toward a consistent design of structural concrete," pci journal, v. 32, no. 3, may-june 1987

Collins, m. P., and mitchell, d., prestressed concrete structures, prentice hall inc., englewood cliffs, nj, 1991

Macgregor, j. G., reinforced concrete: mechanics and design, 3rd edition., prentice hall, englewood cliffs, nj, 1997

Fip recommendations, practical design of structural concrete, fip-commission 3, "practical design," pub.: seto, london, sept. 1999.

Menn, c., prestressed concrete bridges, birkhäuser, basle Muttoni, a.; schwartz, j.; and thürlimann, b., design of concrete structures with stress fields, birkhauser, boston,ma, 1997

Joint aci-asce committee 445, "recent approaches to shear design of structural concrete (aci 445r-99),"

American concrete institute, farmington hills, mi, 1999

Bergmeister, k.; breen, j. E.; and jirsa, j. O., "dimensioning of the nodes and development of reinforcement," iabse colloquium stuttgart 1991

International association for bridge and structural engineering, zurich, 1991

Bosc, J.-L. (2008). Dimensionnement des constructions selon EC2 à l'aide des modèles bielles et tirants.

Paz, M. (1992). Muros estructurales. *Dinámica Estructural*, 153. Retrieved from <https://books.google.com/books?id=FeOP4m-oH2QC&pgis=1>

Reineck, K. H. (2002). Parte 5: Modelado del hormigón estructural mediante modelos de bielas y tirantes – Discusión de los ejemplos según el Apéndice A de ACI 318-2002 Resumen Modelado y unicidad de los modelos.

Morales Beyer, E. M. (2007). “Diseño De Discontinuidades En Vigas De Hormigón Estructural Con Modelos Puntal-Tensor.” Retrieved from <http://cybertesis.uach.cl/tesis/uach/2007/bmfcim828d/doc/bmfcim828d.pdf>

Modelos de bielas 13.1.-. (2005). Bernoulli, 207–238.

Matamoras, A. B., & Wong, K. H. (2003). Design of Simply Supported Deep Beams Using Strut-and-Tie Models. *ACI Structural Journal*, 100(6), 704–712. <https://doi.org/10.14359/12836>

Liang, Q. Q., Xie, Y. M., & Prentice Steven, G. (2000). Topology optimization of strut-and-tie models in reinforced concrete structures using an evolutionary procedure. *ACI Structural Journal*, 97(2), 322–330. <https://doi.org/10.14359/863>

Ccp-, D. E. A. C. O. N. E. L. (2018). TRABAJO DE GRADO MARIBEL LOMELING Y JEISON BELTRAN\_21-05-2018\_v2 (1).

Azócar, M. (2004). “Modelo Puntal-Tensor Aplicado al Diseño de Elementos de Hormigón Armado.” 178.

Para, A., & Código, E. L. (2002). Modelos de Bielas y Tirantes. STM\_design\_pilecaps\_experimental\_study.pdf. (n.d.).

Schlaich, J., & Schiifer, K. (1991). using strut-and-tie models. 69(6).

Facultad de Ingeniería Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola Bogotá – Colombia Enero, 2014. (2014).

Williams, C.; Deschenes, D.; and Bayrak, O. (2012). “Strut-and-Tie Model Design Examples for Bridges,. Bridges,” Center for Transportation Research, the University of Texas at Austin, Austin, TX, 7, 258 pp.

D, P., & L, P. (n.d.). DISEÑO DE VIGAS ALTAS MÉTODO PUNTAL - TENSOR. 1–12.

Pallegama, M. G., & Lanka, H. S. (2010). Extraction of Strut and Tie Model From 3D Solid Element. (December), 13–14.

Santos, D. M., Br, D., Carvalho, M. L., & Stucchi, F. R. (2019). Design of deep pile caps by strut-and-tie models Dimensionamento de blocos rígidos sobre estacas com auxílio de modelos de bielas e tirantes. 12(4), 832–857. <https://doi.org/10.1590/S1983-41952019000400007>

Chantelot, G., & Mathern, A. (2010). Strut-and-tie modelling of reinforced concrete pile caps. Tesis Doctoral, 171.

Facultad de Ingeniería Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola Bogotá – Colombia Enero, 2014. (2014).

Fonseca Monzón, M. J. (2018). Centro de ciencias del diseño y de la construcción. 1–96.

Xia, Y., Langelaar, M., & Hendriks, M. A. N. (2020). Optimization-based three-dimensional strut-and-tie model generation for reinforced concrete. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 1–18.

BAHENA, C. R. (2018). *FUNDAMENTOS DE DISEÑO DE PUENTES*. BOGOTÁ: BAUEN.